

Άλγεβρα Α' Λυκείου

Επαναληπτικά θέματα από διαγωνίσματα ΟΕΦΕ 2006 -2018

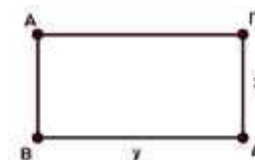
Πραγματικοί αριθμοί

1. Δίνεται ότι $|x - 3| \leq 2$ και $|y - 4| \leq 2$.

α) i. Να βρεθούν τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται το x .

ii. Να βρεθούν τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται το y .

β) Να εκτιμήσετε την τιμή της περιμέτρου και του εμβαδού του διπλανού σχήματος, με διαστάσεις τις τιμές των x, y του ερωτήματος α.



Εξισώσεις

2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda = 0$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή του λ .

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε το λ ώστε $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$

γ) Για $\lambda=3$, να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες $2x_1$ και $2x_2$.

3. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{\sqrt{2^3 \sqrt{2}}}$ και $B = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = 2$

β) Να αποδείξετε ότι $B = 2$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $x^3 = \frac{1}{A + \sqrt{A}} + \frac{1}{A - \sqrt{A}}$.

4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (4\lambda - 2)x + \lambda(3 - 8\lambda) = 0$ (1), με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει διακρίνουσα: $\Delta = 4(3\lambda - 1)(4\lambda - 1)$.

ii. Να βρείτε τις τιμές λ_1, λ_2 της παραμέτρου λ , με $\lambda_1 < \lambda_2$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει διπλή ρίζα.

Στη συνέχεια, να βρείτε τη διπλή ρίζα x_0 , για $\lambda = \lambda_1$.

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές των $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες άνισες τις x_1, x_2 .

Για ποιές απ' τις τιμές της παραμέτρου ισχύει: $4x_1x_2 = 3x_1 + 3x_2 - 26$.

5. Δίνεται η εξίσωση $(5x - 4)^2 + (4x + 5)^2 + (x - 7)(x + 7) + 8 - (x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) = 2017$.

α) Να λυθεί η εξίσωση.

β) Να απλοποιηθεί η παράσταση $K = 2|14 - 2x| - 3|x - 7| + x + 2010$ για κάθε $x \in (-7, 7)$.

6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + \lambda(\lambda + 3) = 0$ (1).

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές και άνισες λύσεις.

β) Έστω S και P το άθροισμα και το γινόμενο αντίστοιχα των ριζών της εξίσωσης (1). Αν ισχύει $P - S = 12$, να προσδιορίσετε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

γ) Για την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ που βρήκατε στο β ερώτημα να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$$A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \text{ και } B = |x_1 - x_2|.$$

7. Ένας μαθηματικός ενός φροντιστηρίου έδωσε σε όλους τους μαθητές της Α' Λυκείου μια άσκηση

''Κρυπτογραφίας''. Έδωσε τις $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ παρακάτω σχέσεις και είπε στους μαθητές ότι στο τέλος έπρεπε

να βρουν μια λέξη. Το κλειδί για την αποκρυπτογράφηση των λέξεων ήταν ότι τα αποτελέσματα των Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 είναι αριθμοί οι οποίοι αντιστοιχούν σε ένα γράμμα της ελληνικής αλφαβήτου κατά αύξοντα φυσικό αριθμό (πχ. το αποτέλεσμα αν είναι 1 αντιστοιχεί στο γράμμα Α, 2 στο Β κτλ.)

$$\triangleright \Delta_1 = (\sqrt{27} - \sqrt{12})(\sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{108}) + \sqrt{36}$$

$$\triangleright \Delta_2 = (\sqrt{3} + 1)^2 - (\sqrt{3} - 1)^2 - \sqrt{225}$$

$$\triangleright \Delta_3 = \sqrt{10} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{6}} + \sqrt{25}$$

α) Υπολόγισε το Δ_1 .

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta_2 = 5$.

γ) Υπολόγισε το $\Delta_3 = 15$ και βρες την λέξη κλειδί για την εκπαίδευση.

Δ_3	Δ_2	Δ_1	Δ_2

δ) Να λυθεί η εξίσωση $2|4 - x| + 27 = |2x - 8| + |x - \Delta_3 + 11| + \Delta_2$.

8. α) Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{(4 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$ και $\beta = \sqrt{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$.

Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$ και $\beta = 2$.

β) Αν $\alpha = 3$ και $\beta = 2$ να λύσετε την εξίσωση $x^2 - \alpha|x| + \beta = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

9. Δίνεται η σχέση $2017|x_1 - 1| = -2018|x_2 + 1|$ με $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

α) Να βρεθούν οι τιμές των $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

β) Αν $x_1 = 1$, $x_2 = -1$ να λυθούν οι εξισώσεις

i. $|a - 2| = x_1$

ii. $|\beta + 1| = -x_2$

γ) Αν $\alpha \neq 3$ και $\beta < 0$ με α, β λύσεις του β ερωτήματος, να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $x^4 = \alpha$

ii. $x^3 = \beta$

10. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1} - \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2}$ με $1 < x < 2$, $B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4+\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4-\sqrt{2}}}$.

α) Να αποδειχθεί ότι η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του x.

β) Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης B.

γ) Αν $A = 2$ και $B = -2$ τότε:

i. Να λυθεί η εξίσωση $|x - B| = Ax$.

ii. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $(\lambda - A)(\lambda - B)x = \lambda^2 + 2\lambda$ να είναι αόριστη.

Ανισώσεις

11. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x - 1 = 0$ με $\lambda \neq -2$ και $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

α) Να αποδείξετε ότι έχει ρίζες άνισες για κάθε $\lambda \neq -2$.

β) Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της (1). Να βρείτε:

i) Τα $x_1 + x_2$ και $x_1 x_2$.

ii) Τις τιμές του λ για τις οποίες η (1) έχει ρίζες ετερόσημες.

12. α) Να λυθεί η ανίσωση $3|x - 1| - 2 \leq 2|1 - x|$

β) Να λυθεί η εξίσωση $(x - 1)^4 - 3(x - 1)^2 - 4 = 0$

γ) να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = 5$.

13. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (1-\lambda)x + 1 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ η οποία έχει δύο ρίζες άνισες τις x_1 και x_2 .

α) Να δείξετε ότι $|1-\lambda| > 2$.

β) Να υπολογίσετε τις τιμές του λ .

γ) Να εκφράσετε σαν συνάρτηση του λ τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων

$$K = x_1 + x_2, \Lambda = x_1 x_2, M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

δ) Να βρείτε το λ ώστε να ισχύει: $\lambda x_1 x_2^2 + \lambda x_1^2 x_2 + 3x_1 + 3x_2 = 5$

14.α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{|2x-1|}{3} - 1 < \frac{3-|1-2x|}{4}$ και να γράψετε τις λύσεις της σε μορφή διαστήματος Δ .

β) Αν $x \in \Delta$, να δείξετε ότι η παράσταση $A = \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x+1} + \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2}$ είναι σταθερός αριθμός.

15.α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x^2 - x - 6 = 0$

ii. $(x-1)^2 - |x-1| - 6 = 0$

β) i. Να λύσετε την ανίσωση $-x^2 + x + 6 < 0$.

ii. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ η εξίσωση $x^2 + 2x + \frac{\lambda^2}{4} = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} ;

16. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 - (\lambda-2)x + 2 - \lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}^* (1)$.

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta = 5\lambda^2 - 12\lambda + 4$.

β) i. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες;

ii. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της (1), να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να ισχύει: $x_1 x_2 - 3(x_1 + x_2) = 0$.

γ) Αν $y_1 = 5$ και $y_2 = 1$ οι λύσεις της εξίσωσης $x^2 - ||\kappa| + 2|x + d(\mu, 4) = 0$, να βρεθούν τα $\kappa, \mu \in \mathbb{R}$.

Πρόοδοι

17. Σε αριθμητική πρόοδο είναι $(a_1 - 1)^3 = 8$ και $a_6 = 13$.

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο a_1 (μονάδες 5) και την διαφορά ω της προόδου.

Αν $a_1 = 3$ και $\omega = 2$, τότε:

β) Να βρείτε το ελάχιστο πλήθος πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου, που απαιτούνται, ώστε το άθροισμα τους να ξεπερνάει το 440.

γ) Αν οι μη μηδενικοί αριθμοί $a_2 - x^2, a_3 - x^2, a_5 - 2x^2$ με την σειρά αυτή, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, με λόγο $\lambda \neq 1$, να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x και τον λόγο της προόδου.

Βασικές έννοιες συναρτήσεων

18. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της.

γ) Να αποδείξετε ότι: $\frac{2005^2 - 1}{2005^2 - 3 \cdot 2005 + 2} = \frac{2006}{2003}$.

19. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2x}$

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και να απλοποιηθεί ο τύπος της.

β) Να υπολογιστεί η παράσταση $A = \frac{f(3) - f(1)}{\sqrt{f(4)} - 2}$.

γ) Να λυθεί η εξίσωση $|f(4)x - 1| = |2 - f(3)x|$

20. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^4 - \alpha x^2 + 2$, $x \in \mathbb{R}$, όπου $\alpha = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 6$.

β) Να υπολογίσετε την τιμή $f(1)$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = f(1)$.

δ) Να λύσετε την ανίσωση: $f(x) - f(1) \leq 0$.

21. α) Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 - 4x + 3 = 0$.

β) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 6x + 8 < 0$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση: $(x^{10} + 1)(x^2 - 6x + 8)(x^2 - 4x + 3) > 0$.

22. Η εξίσωση $x^2 - \lambda x + 3\lambda = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 .

α) Να αποδείξετε ότι $\lambda < 0$ ή $\lambda > 12$.

β) Για $\lambda = -4$:

i) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης είναι ετερόσημες.

ii) Αν x_2 είναι η αρνητική ρίζα της εξίσωσης, να λύσετε την ανίσωση $|x + 2011| \leq x_2$.

iii) Αν x_1 είναι η θετική ρίζα της εξίσωσης, να δείξετε ότι $\sqrt[3]{x_1} \sqrt{x_1} = \sqrt{2}$.

23. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)^4} - \sqrt{(x-2)^4}}{x+1} - \frac{\sqrt{(x-2)^4}}{x-2}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να δείξετε ότι για κάθε x στο πεδίο ορισμού της ισχύει ότι $f(x) = 3$.

γ) Να λύσετε στο \mathbb{R} την ανίσωση: $|18 - 3x| \leq f(2012)$.

24. Δίνεται η ακολουθία πραγματικών αριθμών (α_n) , $n \in \mathbb{N}^*$, η οποία είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά

$\omega = -2$ και της οποίας ο έβδομος όρος είναι: $\alpha_7 = -11$ και η συνάρτηση $f(x) = \alpha_1 x^2 + \alpha_4 x + \alpha_1$, όπου α_1 και α_4 , ο πρώτος και ο τέταρτος όρος της παραπάνω αριθμητικής προόδου.

α) Να βρείτε τους α_1 και α_4 .

β) Αν $\alpha_1 = 1$ και $\alpha_4 = -5$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$, να

υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

i) $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$

ii) $B = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

iii) $\Gamma = \sqrt[3]{\sqrt{400(x_1 + x_2) - 2012x_1x_2 + 12}}$

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $|x^2 - B - 2| + |x - A| = \Gamma$, όπου A,B,Γ είναι οι τιμές των παραστάσεων που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα β.

25. Δίνεται το τριώνυμο $4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και το πρόσημό της για τις διάφορες τιμές του λ .

β) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες:

i. Το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες.

ii. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda}$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

γ) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ , για την οποία το τριώνυμο έχει δύο ρίζες x_1, x_2 με

$$x_1 + x_2 = x_1 x_2 - 1.$$

26. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \Delta x + \Delta = 0$ (1) όπου Δ είναι η διακρίνουσα της.

α) Να βρείτε τις τιμές του Δ και το πλήθος των ριζών της (1).

Για $\Delta = 5$, θεωρούμε τις συναρτήσεις

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 2(x_1 x_2)x + 5(x_1 + x_2)}, f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1} \text{ όπου } x_1, x_2 \text{ είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1).}$$

β) i. Να αποδείξετε ότι $g(x) = |x - 5|$

ii. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και να απλοποιήσετε τον τύπο της.

iii. Να βρείτε τα κοινά σημεία των C_f και C_g .

27. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{3 - |1 - x|} + |\kappa^3 + 1|$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι το $A = [-2, 4]$.

β) Να βρείτε την τιμή του κ για την οποία το σημείο $M(-1, 1)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

28. α) Έστω σημείο $M(x^2 + x - 6, x^2 + 3x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν τα $x \in \mathbb{R}$ ώστε το M να βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο.

β) Αν A_1 το σύνολο λύσεων της ανίσωσης $x^2 + x - 6 < 0$ τότε:

i. αν $x \in A_1$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της παράστασης $3 - x$.

ii. αν $x \in A_1$ να λύσετε την ανίσωση $-1 < \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 2$.

γ) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x + \alpha}{\sqrt{9 - x^2}}$.

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

ii. Να βρείτε το α , αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το $A\left(2, \frac{4\sqrt{5}}{5}\right)$.

Η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$

29. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = |a + 2|x + 4$, $(\varepsilon_2): y = |2a - 1|x + 15$

α) Αν οι (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες να βρείτε το a .

β) Για $a = 3$ να βρείτε :

i) τις συντεταγμένες του σημείου A που η (ε_1) τέμνει τον άξονα $y'y$ καθώς και του σημείου B που η (ε_2) τέμνει τον άξονα $x'x$.

ii) την απόσταση AB .

30. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = (2|a| - 1)x + 3$ και $(\varepsilon_2): y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

α) Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι κάθετες.

β) Για $a = 2$

1. Να βρεθεί το σημείο τομής A των ευθειών (ε_1) και (ε_2) .

2. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου A από την αρχή των αξόνων.

γ) Για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ το σημείο A ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \lambda x - 1, x \in \mathbb{R}.$$

δ) Για $\lambda = 0$ να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

31. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2ax - 5, & -5 \leq x < 2 \\ x + \beta, & 2 \leq x < 5 \end{cases}$, $a, \beta \in \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν: $f(-2) = f(4)$ και

$$f(2) = f(-1).$$

α) Να δείξετε ότι $a = -1$ και $\beta = -5$.

β) Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = (\lambda^4 + 2)x + f(1)$ και

$$(\varepsilon_2): y = (13\lambda^2 - 34)x + f(-3)$$
 να είναι παράλληλες.

γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = 1$.

32. Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $\varepsilon_1: y = (\lambda - 2)x + 1$, $\varepsilon_2: y = \frac{2 - \lambda}{4}x - 1$

α) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

β) Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι κάθετες μεταξύ τους.

33. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$ όπου λ, x πραγματικοί αριθμοί, της οποίας η γραφική

$$\text{παράσταση είναι η ευθεία με εξίσωση } y = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3.$$

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού λ έτσι ώστε η ευθεία με εξίσωση $y = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° .

β) Για $\lambda = 2$:

i) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x, y'y$ και να τη σχεδιάσετε.

ii) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

iii) Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό ισχύει $f(a^2) > f(-1)$.

34. **A.** Δίνεται η εξίσωση $x + 1 = \lambda^2 - |\lambda|x$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ η παραπάνω εξίσωση έχει μοναδική λύση ως προς

x την οποία και να προσδιορίσετε.

β) Αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ είναι: $x = |\lambda| - 1$, να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η λύση αυτή, απέχει από τον αριθμό 3 απόσταση που δεν ξεπερνά το 2.

B. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = (\mu^2 - 4)x + \mu + 1$, $\mu \in \mathbb{R}$ και $\varepsilon_2: y = (-\mu^2 + 4\mu - 3)x + 2$, $\mu \in \mathbb{R}$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$, αντίστοιχα αμβλεία και οξεία γωνία.

35. Δίνεται η ευθεία ε με εξίσωση: $y = (|\alpha - 3| - 1)x + (\alpha^2 + 2|\alpha| - 3)$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Για ποιες τιμές του α η ευθεία ε :

- α)** Είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x$;
- β)** Σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα $x'x$;
- γ)** Διέρχεται από την αρχή $0(0, 0)$ των αξόνων:

36. Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 - kx - 3$, $k \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$.

- α)** Να αποδείξετε ότι $k = -2$ και να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $yy'y$.
- β)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο $B(-1, f(-1))$ και είναι παράλληλη στην ευθεία ζ με εξίσωση: $y = 3x + 2015$.
- γ)** Έστω $K(1, \alpha)$, $\Lambda(3, \beta)$, $M(5, \gamma)$ τρία σημεία που ανήκουν στην ευθεία ε . Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ με τη σειρά που δίνονται αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

37. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

- α)** Να αποδείξετε ότι $f(x) = 0$ έχει δύο ρίζες άνισες.
- β)** Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{\sqrt{f(0)}}{\sqrt{f(-1) - f(0)} - \sqrt{f(0)}} + \frac{\sqrt{f(-1) - f(0)}}{\sqrt{f(-1) - f(0)} + \sqrt{f(0)}}$$

$$B = x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$$

$$\Gamma = \sqrt{x_1^2} \cdot |x_2|$$

γ) Αν $A = \frac{7}{3}$, $B = 24$ και $\Gamma = 2$

i. Να σχεδιάσετε την ευθεία $y = \Gamma x + \frac{B-10}{A}$ σε ένα σύστημα συντεταγμένων Oxy .

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ε με τους άξονες $x'x, y'y$.