

1.1. Οριζόντια βολή

Συνοπτική θεωρία

- Οριζόντια βολή είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν ριχτεί από κάποιο ύψος με ταχύτητα u_0 που είναι οριζόντια
 - ✓ Είναι σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε δύο απλές, μία οριζόντια στην κατεύθυνση της ταχύτητας και μία κατακόρυφη στην κατεύθυνση του βάρους
 - ✓ Η παρατήρηση δείχνει ότι η οριζόντια κίνηση (λόγω της ταχύτητας u_0) δεν επηρεάζεται από την κατακόρυφη (λόγω του βάρους)
 - ✓ Οι δύο κινήσεις εξελίσσονται στο κατακόρυφο επίπεδο και στην περιγραφή τους χρησιμοποιείται η αρχή ανεξαρτησίας (ή επαλληλίας) των κινήσεων.
 - ✓ **Αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων** « Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες (δεν επηρεάζεται η κάθε μία από τις άλλες) και η θέση στην οποία βρίσκεται μετά από χρόνο t , είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα για χρόνο t , είτε εκτελούνται διαδοχικά για χρόνο t η κάθε μία.
- Η ταχύτητα μετά χρόνο t προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων στις οποίες μετέχει: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ (όπου u_1 και u_2 οι ταχύτητες των ανεξάρτητων κινήσεων)
- Η μετατόπιση μετά από χρόνο t προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των μετατοπίσεων που πραγματοποιεί: $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$ όπου x_1 και x_2 οι μετατοπίσεις των ανεξάρτητων κινήσεων
- **Μελέτη οριζόντιας βολής**

Επιλέγουμε δύο κάθετους άξονες, τον Ox στην κατεύθυνση της ταχύτητας u_0 και τον Oy στην κατεύθυνση του βάρους

✓ Άξονας Ox

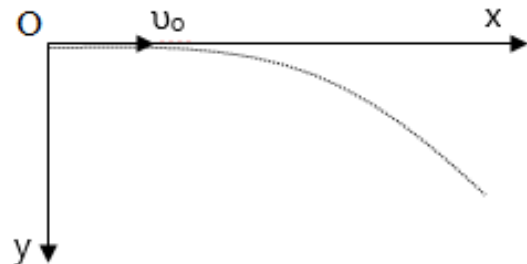
- Δεν ασκείται καμία δύναμη οπότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.
- Εξισώσεις:
 $u_x = u_0$ (1)
 $x = u_0 \cdot t$ (2)

✓ Άξονας Oy

- Ασκείται η δύναμη του βάρους οπότε το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση.
- Εξισώσεις:
 $u_y = g \cdot t$ (3)
 $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ (4)

➤ Παρατηρήσεις:

- ✓ Η θέση μετά χρόνο t καθορίζεται από το διατεταγμένο ζεύγος (x, y) όπου x και y οι μετατοπίσεις στους άξονες Ox και Oy αντίστοιχα. Βρίσκεται με υπολογισμό των x και y από τις εξισώσεις (2) και (4)
- ✓ Η μετατόπιση μετά χρόνο t υπολογίζεται από τη σχέση $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ όπου x και y οι μετατοπίσεις στους άξονες Ox και Oy αντίστοιχα.
- ✓ Η ταχύτητα μετά χρόνο t υπολογίζεται από τη σχέση $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ με τη βοήθεια των εξισώσεων (1) και (3)



- ✓ Το μέτρο της ταχύτητας μπορεί να υπολογιστεί και με εφαρμογή της Α.Δ.Μ.Ε μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης
- ✓ Η διεύθυνση της ταχύτητας υπολογίζεται από τη σχέση $\epsilon\phi\omega = \frac{v_y}{v_x}$ το δε διάνυσμα της ταχύτητας είναι εφαπτόμενο στην τροχιά στο σημείο υπολογισμού της
- ✓ Η εξίσωση της τροχιάς προκύπτει από τις (2) και (4) με απαλοιφή του χρόνου. Είναι μία συνάρτηση της μορφής $y=y(x)$, της οποίας η γραφική παράσταση είναι η τροχιά του κινητού. Στην οριζόντια βολή η τροχιά είναι παραβολή
- ✓ Αν το ύψος από το οποίο ρίχνεται το σώμα είναι h τότε ο ολικός χρόνος κίνησης υπολογίζεται από την εξίσωση (4) για $y = h$
- ✓ Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος λέγεται βεληνεκές και υπολογίζεται από την εξίσωση (2) για χρόνο t ίσο με τον ολικό χρόνο
- ✓ Αν ένα κινητό κινούμενο αφήσει ελεύθερο σώμα τότε το σώμα έχει αρχική ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του κινητού τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο

Εφαρμογές

Εφαρμογή 1^η

Οριζόντια βολή σώματος από ορισμένο ύψος και υπολογισμός στοιχείων της κίνησης

Από την ταράτσα κτιρίου ύψους $h = 45 \text{ m}$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 20 \text{ m/s}$ μία μικρή σφαίρα.

α. Να βρεθεί το ύψος από το έδαφος και η οριζόντια μετατόπιση της σφαίρας μετά από χρόνο $t_1 = 2 \text{ s}$ από την εκτόξευση

β. Να βρεθεί ο ολικός χρόνος κίνησης της σφαίρας και η οριζόντια μετατόπιση μέχρι να φτάσει στο έδαφος

γ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη στιγμή που χτυπά στο έδαφος
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

Εφαρμογή 2^η

Οριζόντια βολή από ύψος με περιορισμούς

Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από την ταράτσα ενός κτιρίου με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 10 \text{ m/s}$. Όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $u = 2u_0$. Να υπολογιστούν:

α. Το ύψος του κτιρίου

β. Η οριζόντια απόσταση του σημείου πτώσης από τη βάση του κτιρίου

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

Εφαρμογή 3^η

Συνδυασμός κινήσεων

Από την κορυφή κτιρίου ρίχνεται οριζόντια ένα σώμα Α με ταχύτητα μέτρου $u_{0A} = 30 \text{ m/s}$. Την ίδια στιγμή ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω ένα δεύτερο σώμα Β από σημείο Γ του οριζοντίου εδάφους με ταχύτητα $u_{0B} = 30\sqrt{3} \text{ m/s}$. Το σημείο Γ απέχει από τη βάση του κτιρίου απόσταση $d = 30\sqrt{3} \text{ m}$. Το σώμα Β συναντά το σώμα Α όταν ανεβαίνει. Να υπολογιστεί το ύψος του κτιρίου.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

Ερωτήσεις

1. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν

1.1. Ο χρόνος πτώσης ενός σώματος που εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος εξαρτάται από την αρχική του ταχύτητα.

1.2. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή εξαρτάται από την αρχική του ταχύτητα.

1.3. Ο χρόνος πτώσης του σώματος εξαρτάται μόνο από το ύψος από το οποίο έγινε η βολή.

1.4. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας στην οριζόντια βολή διατηρείται σταθερή.

1.5. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας στην οριζόντια αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

1.6. Στην οριζόντια βολή η μεταβολή της ταχύτητας του σώματος είναι διάνυσμα με διεύθυνση κατακόρυφη.

1.7. Στην οριζόντια βολή τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης την στιγμή της εκτόξευσης είναι παράλληλα

1.8. Στην οριζόντια βολή η επιτάχυνση του σώματος έχει κάθε χρονική στιγμή την ίδια διεύθυνση με την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας.

1.9. Η οριζόντια ταχύτητα στην οριζόντια βολή επειράζει την κατακόρυφη κίνηση ενός σώματος

1.10. Αν από το άκρο ενός τραπέζιου εκτοξεύσουμε οριζόντια δύο σώματα με διαφορετικές ταχύτητες, το σώμα με την μικρότερη αρχική ταχύτητα φτάνει πιο γρήγορα στο έδαφος

2. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση

2.1. Από κάποιο ύψος εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα με ταχύτητα u_0 . Αν οι αντιστάσεις του αέρα θεωρηθούν αμελητέες, η τροχιά που διαγράφει το σώμα είναι:

α. Ευθύγραμμη

β. Κυκλική

γ. Παραβολική

δ. Ελλειπτική

2.2. Η οριζόντια βολή στο πεδίο βαρύτητας είναι κίνηση που πραγματοποιείται:

α. Σε οριζόντιο άξονα.

β. Σε κατακόρυφο άξονα.

γ. Σε κατακόρυφο επίπεδο.

δ. Σε οριζόντιο επίπεδο.

2.3. Η οριζόντια βολή στο πεδίο βαρύτητας είναι σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε δύο κινήσεις οι οποίες είναι:

α. Ομαλά επιταχυνόμενες σε κάθε άξονα.

β. Ομαλή στο άξονα Ox και ελεύθερη πτώση στον άξονα Oy .

γ. Ομαλή και στους δύο άξονες.

δ. Ομαλή στον άξονα Ox , ομαλά επιταχυνόμενη στον Oy με αρχική ταχύτητα u_0 και επιτάχυνση g

2.4. Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h με ταχύτητα u_0 . Τότε:

α. Η τροχιά που διαγράφει το σώμα είναι κυκλική

β. Το σώμα έχει σταθερή ταχύτητα.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του σώματος παραμένει σταθερός στον οριζόντιο άξονα.

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος είναι μηδέν στον κατακόρυφο άξονα.

2.5. Η οριζόντια βολή μπορεί να θεωρηθεί ως αποτέλεσμα σύνθεσης δύο κινήσεων:

α. Ελεύθερης πτώσης και οριζόντιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης

- β. Ελεύθερης πτώσης και κατακόρυφης ευθύγραμμης ομαλής κίνησης
- γ. Οριζόντιας ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης και κατακόρυφης ελεύθερης πτώσης
- δ. Οριζόντιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης και κατακόρυφης ευθύγραμμης ομαλής κίνησης

2.6. Ποια από τα παρακάτω μεγέθη μένουν σταθερά κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής;

- α. Η επιτάχυνση
- β. Η ταχύτητα
- γ. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας
- δ. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας

2.7. Δύο σώματα Α και Β εκτοξεύονται οριζόντια από το ίδιο ύψος με ταχύτητες u_A και u_B αντίστοιχα ($u_A < u_B$) τότε:

- α. Το σώμα Α θα φτάσει γρηγορότερα στο έδαφος από το σώμα Β
- β. Το σώμα Α θα πέσει μακρύτερα από το σώμα Β
- γ. Το σώμα Α θα πέσει στο έδαφος με μικρότερη ταχύτητα από το σώμα Β
- δ. Το σώμα Α θα αποκτήσει μικρότερη επιτάχυνση κατά την πτώση του σε σχέση με αυτή του Β

2.8. Σώμα Α αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ορισμένο ύψος τη στιγμή που άλλο σώμα Β εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα u_0 από το ίδιο ύψος. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:

- α. Τα σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος
- β. Το σώμα Α θα φτάσει γρηγορότερα στο έδαφος
- γ. Τα σώματα κάθε χρονική στιγμή θα βρίσκονται στο ίδιο ύψος
- δ. Το σώμα Β φτάνοντας στο έδαφος έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το σώμα Α

2.9. Κατά την οριζόντια βολή ενός σώματος μένει σταθερή:

- α. Η ταχύτητα του σώματος
- β. Η επιτάχυνση του σώματος
- γ. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας
- δ. Η θέση του σώματος

2.10. Ο χρόνος που κάνει ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή για να φτάσει στ έδαφος εξαρτάται από:

- α. Τη μάζα του σώματος
- β. Το ύψος από το έδαφος
- γ. Την αρχική ταχύτητα
- δ. Όλα τα παραπάνω

2.11. Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από την κορυφή μιας πολυκατοικίας με ταχύτητα u_0 . Αν το ίδιο σώμα εκτοξευθεί οριζόντια με ταχύτητα $2u_0$ τότε χρόνος για να φτάσει στο έδαφος:

- α. Θα διπλασιασθεί.
- β. Θα τετραπλασιαστεί
- γ. Θα μειωθεί στο μισό
- δ. Θα παραμείνει ο ίδιος

2.12. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0

- α. Η επιτάχυνση του σώματος μεταβάλλεται.
- β. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι σταθερή.
- γ. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας μεταβάλλεται.
- δ. Το ολικό διάστημα προς το χρόνο μένει σταθερό.
- ε. Το μικρότερο μέτρο της ταχύτητας είναι u_0

- 2.13.** Σε μια οριζόντια βολή που γίνεται από μικρό ύψος και οι αντιστάσεις του αέρα είναι αμελητέες
- Η ταχύτητα παραμένει σταθερή σε όλη της διάρκεια της κίνησης
 - Ο χρόνος καθόδου εξαρτάται από την οριζόντια ταχύτητα και το ύψος που γίνεται η βολή
 - Ο χρόνος καθόδου εξαρτάται μόνο από το ύψος που γίνεται η βολή
 - Η επιτάχυνση μεταβάλλεται κατά την πτώση του σώματος

2.14. Από την κορυφή ψηλού κτιρίου εκτοξεύονται ταυτόχρονα τρία βλήματα Α, Β και Γ με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες. Το Α εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα κάτω, το Β οριζόντια και το Γ κατακόρυφα προς τα πάνω.

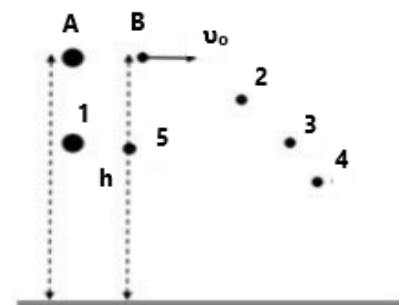
- Το Α θα φθάσει πρώτο στο έδαφος
- Το Β θα φθάσει πρώτο στο έδαφος
- Το Γ θα φθάσει πρώτο στο έδαφος
- Τα τρία σώματα θα φθάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος

2.15. Σώμα Α αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h από το έδαφος, ενώ την ίδια χρονική στιγμή από το ίδιο ύψος εκτοξεύεται οριζόντια άλλο σώμα Γ με ταχύτητα u_0 .

- Τα σώματα θα φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα.
- Το σώμα Α θα φτάσει πιο γρήγορα στο έδαφος.
- Το σώμα Α φτάνοντας στο έδαφος θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το σώμα Γ.
- Τα σώματα Α και Γ κάθε χρονική στιγμή βρίσκονται σε διαφορετικό ύψος από τη γη.

2.16. Δύο σφαίρες Α και Β βρίσκονται στο ίδιο ύψος h πάνω από το έδαφος. Κάποια στιγμή η σφαίρα Α αφήνεται ελεύθερη να πέσει και ταυτόχρονα η σφαίρα Β ρίχνεται οριζόντια με ταχύτητα u_0 . Αν κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα Α βρίσκεται στη θέση (1) η σφαίρα Β θα βρίσκεται στη θέση:

- 2
- 3
- 4
- 5



2.17. Δύο σώματα Α και Γ εκτοξεύονται οριζόντια από το ίδιο ύψος με ταχύτητες u_A και u_Γ αντίστοιχα ($u_A > u_\Gamma$). Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα τότε:

- Τα δύο σώματα έχουν το ίδιο βεληνεκές
- Το σώμα Α έχει μεγαλύτερο βεληνεκές από το σώμα Γ
- Το σώμα Γ έχει μεγαλύτερη βεληνεκές από το σώμα Α
- Τα στοιχεία δεν επαρκούν για να απαντηθεί το ερώτημα

2.18. Δύο σώματα Α και Γ εκτοξεύονται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα u_0 και από ύψη h_A και h_Γ αντίστοιχα ($h_A > h_\Gamma$). Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα τότε:

- Το σώμα Α θα φτάσει γρηγορότερα στο έδαφος από το σώμα Γ
- Τα δύο σώματα έχουν το ίδιο βεληνεκές
- Το σώμα Α έχει μεγαλύτερο βεληνεκές από το σώμα Γ
- Το σώμα Γ έχει μεγαλύτερο βεληνεκές από το σώμα Α

2.19. Δύο σώματα Α και Γ εκτοξεύονται οριζόντια από το ίδιο ύψος με ταχύτητες u_{0A} και $u_{0\Gamma}$ αντίστοιχα ($u_{0A} > u_{0\Gamma}$). Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα τότε μετά από χρόνο t :

- Το σώμα Α θα βρίσκεται σε μεγαλύτερο ύψος από το σώμα Γ
- Το σώμα Γ θα βρίσκεται σε μεγαλύτερο ύψος από το σώμα Α
- Τα δύο σώματα θα βρίσκονται στο ίδιο ύψος

δ. Τα δύο σώματα θα έχουν το ίδιο βεληνεκές

2.20. Από την κορυφή ψηλού κτιρίου εκτοξεύονται ταυτόχρονα τρία βλήματα A, B και Γ με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες. Το A εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα κάτω, το B οριζόντια και το Γ κατακόρυφα προς τα πάνω.

Θα φθάσει στο έδαφος με μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα:

α. Το A, β. το B, γ. Το Γ,

δ. Τα σώματα θα φθάσουν στο έδαφος με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες.

3. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση αιτιολογώντας την επιλογή σας

3.1. Από την άκρη ενός τραπεζιού ρίχνεται οριζόντια ένα σώμα A με ταχύτητα u_0 και την ίδια στιγμή από το ίδιο ύψος αφήνεται ένα σώμα B να πέσει ελεύθερα. Αν t_A και t_B οι χρόνοι αντίστοιχα για να φτάσουν τα δύο σώματα στο έδαφος και η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα, τότε για τους χρόνους ισχύει:

α. $t_A = t_B$ β. $t_A > t_B$ γ. $t_A < t_B$

3.2. Από την άκρη ενός τραπεζιού ρίχνονται ταυτόχρονα οριζόντια δύο σώματα A και B με ταχύτητες $u_A = u_0$ και $u_B = 2u_0$. Αν t_A και t_B οι χρόνοι αντίστοιχα για να φτάσουν τα δύο σώματα στο έδαφος και η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα, τότε για τους χρόνους ισχύει:

α. $t_A = t_B$ β. $t_A > t_B$ γ. $t_A < t_B$

3.3. Από την άκρη ενός τραπεζιού ύψους h ρίχνεται οριζόντια ένα σώμα με ταχύτητα u_0 και χτυπά στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση s .

i. Αν θέλουμε να διπλασιαστεί η απόσταση που θα χτυπήσει στο έδαφος για την ίδια ταχύτητα βολής πρέπει να ριχτεί από ύψος:

α. $\frac{h}{2}$ β. $2h$ γ. $4h$

ii. Αν θέλουμε να διπλασιαστεί η απόσταση που θα χτυπήσει στο έδαφος και να ριχτεί από το ίδιο ύψος, για την ταχύτητα βολής πρέπει:

α. $\frac{u_0}{2}$ β. $2u_0$ γ. $4u_0$

3.4. Από ύψος h ρίχνουμε οριζόντια ένα σώμα με ταχύτητα u_0 οπότε φτάνει στο έδαφος έχοντας διανύσει οριζόντια απόσταση s . Αν από ύψος $h' = \frac{h}{2}$ ρίξουμε οριζόντια το σώμα με ταχύτητα $u' = 2u_0$ τότε η οριζόντια απόσταση s' μέχρι να χτυπήσει στο έδαφος είναι:

α. $\frac{s}{2}$ β. s γ. $s\sqrt{2}$

3.5. Δύο σώματα εκτοξεύονται οριζόντια από ύψη h_1 και $h_2 = 4h_1$ και πέφτουν στο ίδιο σημείο. Τα σημεία εκτόξευσης βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Ο λόγος u_1/u_2 των αρχικών ταχυτήτων των δυο σωμάτων είναι:

α. $1/4$ β. $1/2$ γ. 1 δ. 2

3.6. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από σημείο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος. Δεύτερο σώμα εκτοξεύεται με διπλάσια οριζόντια ταχύτητα και καλύπτει την ίδια οριζόντια απόσταση. Το δεύτερο σώμα εκτοξεύθηκε από ύψος:

α. $h/4$ β. $h/2$ γ. $2h$ δ. $4h$

3.7. Μικρή σφαίρα βάλλεται από ύψος h με οριζόντια ταχύτητα u_0 . Μια ίδια σφαίρα βάλλεται από ύψος $h/2$ με την ίδια οριζόντια ταχύτητα u_0 .

Έστω t_1 και t_2 οι χρόνοι που χρειάζεται η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα αντίστοιχα να φτάσουν στο έδαφος. Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα, τότε ισχύει:

$$\alpha. \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{2}$$

$$\beta. \frac{t_1}{t_2} = 1$$

$$\gamma. \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3.8. Δύο βομβαρδιστικά αεροπλάνα (1) και (2) κινούνται με ταχύτητες οριζόντιας διεύθυνσης, σε ύψη $H_1 = H$ και $H_2 = \frac{5H}{2}$ αντίστοιχα, πάνω από το έδαφος. Κάποια χρονική στιγμή $t_0=0$, αφήνεται να πέσει από κάθε αεροπλάνο μία βόμβα. Οι βόμβες φτάνουν στο έδαφος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 , όπου η χρονική στιγμή t_1 αντιστοιχεί στη βόμβα που έπεσε από το αεροπλάνο (1), ενώ η χρονική στιγμή t_2 αντιστοιχεί στη βόμβα που έπεσε από το αεροπλάνο (2).

Αν θεωρήσουμε μηδενική την αντίσταση του αέρα, για το λόγο $\frac{t_2}{t_1}$ ισχύει:

$$\alpha. \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\beta. \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\gamma. \frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

3.9. Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 . Τη στιγμή που το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας έχει γίνει ίσο με το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας, το σώμα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά x και κατακόρυφα κατά y . Ο λόγος των μετατοπίσεων $\frac{x}{y}$ του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με:

$$\alpha. \frac{1}{2}$$

$$\beta. 2$$

$$\gamma. 1$$

3.10. Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα μάζας m με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 , έχοντας κινητική ενέργεια K .

Τη στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος έχει διπλασιαστεί, το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι u_y και της οριζόντιας συνιστώσας u_x . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{u_x}{u_y}$ του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με:

$$\alpha. \frac{1}{2}$$

$$\beta. 2$$

$$\gamma. 1$$

Ασκήσεις

Σε όλες τις ασκήσεις η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης είναι $g=10\text{m/s}^2$

1. Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος $h = 180\text{ m}$ με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_0 = 50\text{ m/s}$. Να υπολογιστούν:

- Ο ολικός χρόνος κίνησης
- Η οριζόντια μετατόπιση
- Η τελική ταχύτητα με την οποία χτυπά στο έδαφος

Απ: α. 6s, β. 300m, γ. $10\sqrt{61}\text{ m/s}$, $\epsilon\phi\omega=1,2$

2. Από ύψος $H = 320\text{ m}$ ρίχνεται οριζόντια σώμα με ταχύτητα $u_0 = 30\text{ m/s}$.

1. Μετά από χρόνο $t = 4\text{ s}$ να υπολογιστούν:

- η ταχύτητα του σώματος
 - η θέση του
2. Να βρεθεί ο ολικός χρόνος κίνησης, η οριζόντια μετατόπιση και η τελική ταχύτητα

Απ: 1. α. 50m/s , $\epsilon\phi\omega=4/3$, β. (120m, 80m) 2. 8s, 240m

3. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=10\sqrt{3}\text{m/s}$. Ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει γωνία 60° με το οριζόντιο επίπεδο;

Απ: 3 s

4. Σώμα κινείται πάνω σε τραπέζι ύψους 80 cm και το εγκαταλείπει με οριζόντια ταχύτητα 3 m/s.

- σε πόση οριζόντια απόσταση από τη βάση του τραπεζιού θα πέσει το σώμα στο έδαφος;
- με ποια ταχύτητα (μέτρο και διεύθυνση) φτάνει στο έδαφος;

Απ: α. 1,2 m , β. 5 m/s, $\epsilon\phi\theta=4/3$

5. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=20\text{ m/s}$ από την αρχή των αξόνων O(x, y). Πόσο χρόνο μετά τη στιγμή της εκτόξευσης:

- Οι συντεταγμένες του σώματος x και y είναι ίσες
- Οι συνιστώσες της ταχύτητας είναι ίσες
- Το σώμα βρίσκεται σε απόσταση 75 m από το σημείο εκτόξευσης
- Η απόσταση του σώματος από το σημείο βολής είναι διπλάσια από την οριζόντια μετατόπισή του στο σημείο εκείνο.

Απ: α. 4 s, β. 2 s, γ. 3 s, δ. $4\sqrt{3}\text{s}$

6. Από σημείο A σε ύψος h εκτοξεύουμε οριζόντια μια μικρή σφαίρα με οριζόντια ταχύτητα $u_0=20\text{ m/sec}$ και φτάνει στο σημείο K του εδάφους έχοντας ταχύτητα μέτρου $u_1=20\sqrt{5}\text{m/sec}$. Να υπολογίσετε:

- Το ύψος h.
- Την απόσταση (AK).
- Το ύψος h_1 πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται η μικρή σφαίρα τη χρονική στιγμή που η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει από τη στιγμή της εκτόξευσης είναι ίση με το 75% του βεληνεκούς της βολής.

Απ: α. 80m, β. $80\sqrt{2}\text{m}$, γ. 35m

7. Ένα σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $u_0=20\text{ m/s}$ από κάποιο ύψος. Σε κάποια στιγμή έχει μετατοπισθεί οριζόντια κατά $40\sqrt{3}\text{m}$. Να υπολογισθούν:

- Η διάρκεια κίνησης.
- Η κατακόρυφη μετατόπιση.

γ. Το μέτρο της ταχύτητας και η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο
Απ: α. 23s, β. 60 m, γ. 40 m/s, 60°

8. Σώμα βρίσκεται στην άκρη ενός τραπεζιού σε ύψος $h = 20$ m. Δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα $u_0 = 10$ m/s και αυτό εκτελεί οριζόντια βολή.

α. Να υπολογίσετε τη θέση και την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s.

β. Να υπολογίσετε τη θέση και την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος.

γ. Δίνουμε στο σώμα διπλάσια αρχική ταχύτητα ($2u_0$). Να υπολογίσετε το λόγο των χρόνων που κάνει το σώμα για να φτάσει στο έδαφος, όταν έχει ταχύτητα u_0 και όταν έχει ταχύτητα $2u_0$.

Απ: α. $x_1=10\text{m}$, $y_1=5\text{m}$, $10\sqrt{2}$ m/s, $\theta=45^\circ$, β. $x_2=20\text{m}$, $y_2=20\text{m}$, $10\sqrt{5}$ m/s, $\epsilon\phi\theta=2$, γ. 1

9. Μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $h=5$ m πάνω από το οριζόντιο έδαφος. Η μπάλα πέφτει σε οριζόντια απόσταση $s=10$ m από το σημείο εκτόξευσης. Να υπολογισθούν:

α. Μετά από πόσο χρόνο η μπάλα φθάνει στο έδαφος

β. Ποια είναι η αρχική ταχύτητα της μπάλας

γ. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας της μπάλας λίγο πριν πέσει στο έδαφος και ποια γωνία σχηματίζει τη στιγμή αυτή η ταχύτητα με το οριζόντιο έδαφος.

Απ: α. 1s, β. 10 m/s, γ. 102m/s, 45°

10. α. Με πόση ταχύτητα πρέπει να εκτοξευτεί οριζόντια μια πέτρα από τη στέγη ενός κτιρίου ύψους $H = 9$ m ώστε να χτυπήσει την κορυφή δέντρου ύψους $h = 4$ m που απέχει $d = 10$ m από τη βάση του κτιρίου;

β. Με ποια ταχύτητα φτάνει η πέτρα στο έδαφος;

Απ: α. 10m/s β. 16,7m/s

11. Σώμα βρίσκεται στην άκρη ενός τραπεζιού σε ύψος h . Δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα u_0 και αυτό εκτελεί οριζόντια βολή. Το σώμα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο 0,8s έχοντας διανύσει οριζόντια απόσταση 4m.

α. Να υπολογίσετε το ύψος h .

β. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 .

γ. Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή που η οριζόντια ταχύτητά του έχει το ίδιο μέτρο με την κατακόρυφη.

Απ: α. $h=3,2\text{m}$, β. $u_0=5\text{m/s}$, γ. $h_1=1,95\text{m}$

12. Σώμα βρίσκεται στην άκρη ενός τραπεζιού σε ύψος $h = 20\text{m}$. Αν δώσουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα u_0 αυτό φτάνει στο έδαφος σε χρόνο 2s έχοντας διανύσει οριζόντια απόσταση $s_1 = 4$ m.

α. Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα αν του δώσουμε ταχύτητα $3u_0$.

β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

γ. Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα όταν έχει διανύσει οριζόντια απόσταση $x_1=3$ m.

Απ: α. $S_2=12\text{m}$, β. $g=10\text{m/s}^2$, γ. $h_1=8,75\text{m}$

13. Ένα παιδί πετά μία μπάλα οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 10$ m/s από ύψος $h = 1,80$ m. Σε ποιο σημείο θα χτυπήσει η μπάλα έναν τοίχο που απέχει από το παιδί $s = 4$ m;

Απ: 1m

14. Να υπολογιστούν:

α. Η ταχύτητα u_0 και

β. Το ύψος h πάνω από το έδαφος που πρέπει να ριχτεί οριζόντια ένα μικρό αντικείμενο ώστε να φτάσει στο έδαφος έχοντας μετατοπιστεί οριζόντια κατά $s = 1000\sqrt{3}$ m και να έχει αποκτήσει ταχύτητα $u = 2u_0$.

Απ: α. $u_0=100\text{m/s}$, β. $h=1500\text{m}$

15. Σώμα εκτοξεύεται από την κορυφή κτιρίου ύψους $h = 15$ m οριζόντια με ταχύτητα u_0 . Όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος έχει αποκτήσει ταχύτητα $u = 2u_0$. Να υπολογιστούν:

α. Η αρχική ταχύτητα του σώματος

β. Η απόσταση του σημείου πτώσης του σώματος από τη βάση του κτιρίου

Απ: α. 10m/s β. $10\sqrt{3}$ m

16. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια. Πέφτει στο έδαφος μετά από $t = 2$ sec έχοντας διανύσει οριζόντια απόσταση $x = 20$ m.

α. Με πόση ταχύτητα το είχαμε εκτοξεύσει;

β. Από πόσο ύψος το εκτοξεύσαμε;

γ. Πόση είναι η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας με την οποία πέφτει στο έδαφος;

Απ: α. 10m/s , β. 20m , γ. 20m/s

17. Ένα σώμα ρίχνεται από μεγάλο ύψος οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 100$ m/s. Να υπολογιστούν:

α. Η χρονική στιγμή που η οριζόντια μετατόπιση είναι διπλάσια της κατακόρυφης και η θέση του εκείνη τη στιγμή

β. Η χρονική στιγμή που η διεύθυνση της ταχύτητας σχηματίζει γωνία 60° με την οριζόντια διεύθυνση και η θέση του εκείνη τη στιγμή

γ. Η χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητάς του είναι διπλάσιο της αρχικής

Απ: α. 10s β. $10\sqrt{3}$ s γ. $10\sqrt{3}$ s

18. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα που έχει μέτρο $u_0=20$ m/s. Να βρεθούν:

α. Ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει γωνία 45° με την αρχική διεύθυνση

β. Ποια χρονική στιγμή οι συντεταγμένες του σώματος έχουν ίσα μέτρα

γ. Πόσο απέχει το σώμα από το σημείο βολής τη στιγμή αυτή

δ. Ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα έχει μέτρο $u=40$ m/s;

Απ: α. 2s , β. 4s , $80\sqrt{2}\text{m}$, γ. 23s

19. Δύο πολυκατοικίες ίδιου ύψους βρίσκονται η μια απέναντι στην άλλη και απέχουν μεταξύ τους οριζόντια απόσταση $d=30\text{m}$. Από την ταράτσα κάθε πολυκατοικίας βάλονται οριζόντια ταυτόχρονα δύο σώματα με ταχύτητες μέτρων $u_{01}=5\text{m/s}$ και $u_{02}=10\text{m/s}$.

Να βρείτε:

α. μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν

β. σε πόση οριζόντια απόσταση από κάθε πολυκατοικία θα γίνει η συνάντηση.

γ. το ελάχιστο ύψος των πολυκατοικιών ώστε τα σώματα να συναντηθούν

Απ: α. 2s , β. 10m , 20m γ. 20m

20. Μαχητικό αεροσκάφος κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_0=80\text{m/s}$ σε ύψος $h=500\text{m}$ από το έδαφος και όταν απέχει οριζόντια απόσταση d από ένα στόχο αφήνει ελεύθερη μια βόμβα η οποία βρίσκει ακριβώς το στόχο. Να βρεθεί η απόσταση d .

Απ: 800m

21. Σώμα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 20\text{m/s}$ από μεγάλο ύψος h πάνω από το έδαφος. Να βρείτε:

α. ποια χρονική στιγμή η οριζόντια μετατόπιση είναι ίση κατά μέτρο με την κατακόρυφη μετατόπιση

β. ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος εκείνη τη στιγμή.

Απ: α. 4s, β. $20\sqrt{5}$ m/s

22. Δύο κτίρια απέχουν $L=30$ m. Απο το ψηλότερο A που έχει ύψος $H=60$ m εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με $v_0=10$ m/s, με σκοπό να φθάσει στη ταράτσα του χαμηλότερου κτιρίου B ύψους $h=40$ m, και πλάτους $d=10$ m.

α. Θα φθάσει η μπάλα στη ταράτσα του B;

β. Για ποιές τιμές της ταχύτητας η μπάλα θα πέσει στη ταράτσα του B;

γ. Εκτοξεύουμε τη μπάλα με $v_0=22$ m/s. Θα μπορέσει να τη πιάσει ένα παιδί που βρίσκεται στη ταράτσα του B, αν έχει την ικανότητα πηδώντας το χέρι του να φθάσει σε ύψος 2,8m; Αντιστάσεις αμελητέες.

Δίνεται $\sqrt{3,44} = 1,85$

Απ: α. όχι, β. >15 m/s, γ. όχι

23. Από αεροπλάνο που κινείται οριζόντια σε ύψος 180 m, με ταχύτητα 100 m/s αφήνεται να πέσει βόμβα. Να υπολογιστούν:

α. Ο χρόνος πτώσης της βόμβας

β. Η απόσταση του αεροπλάνου από τη βόμβα όταν αυτή χτυπήσει στο έδαφος

γ. Αν η ταχύτητα του ήχου είναι $v_{\eta\chi} = 340$ m/s, μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που η βόμβα έσκασε στο έδαφος ο πιλότος θα ακούσει τον ήχο της;

Δίνεται $\sqrt{1056} = 32,5$

Απ: α. 6s, β. 180m, γ. 0,55 s

24. Αεροπλάνο πετάει σε ύψος $h = 320$ m με οριζόντια ταχύτητα $v_0 = 100$ m/s πάνω από έναν ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο, στον οποίο κινείται αυτοκίνητο με ταχύτητα $v_a = 30$ m/s. Σε ποια οριζόντια απόσταση από το αυτοκίνητο πρέπει να αφεθεί η βόμβα ώστε αυτή να πέσει πάνω στο αυτοκίνητο όταν:

α. κινούνται ομόρροπα

β. κινούνται αντίρροπα

Απ: α. $x_1=560$ m β. $x_2=1040$ m

25. Από τη βάση ενός κτιρίου ύψους $h = 20$ m ξεκινά ένα όχημα κινούμενο ευθύγραμμο με σταθερή επιτάχυνση $a = 2$ m/s². Μετά από πόσο χρόνο πρέπει να εκτοξευτεί οριζόντια με ταχύτητα $v_0 = 32$ m/s από την κορυφή του κτιρίου σώμα ώστε να χτυπήσει το όχημα;

Δίνεται $g = 10$ m/s²

Απ: 6s

26. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100$ m/s σε ύψος $h = 405$ m από το έδαφος. Στο έδαφος κινείται αντίρροπα όχημα με ταχύτητα μέτρου v_2 , στην ίδια ευθεία κίνησης με το αεροπλάνο. Όταν το αεροπλάνο απέχει από το όχημα οριζόντια απόσταση $s = 989$ m, αφήνεται μια βόμβα. Η βόμβα αστοχεί γιατί το όχημα έχει προσπεράσει το σημείο επαφής της βόμβας με το έδαφος κατά $x = 1$ m.

α. Να υπολογισθεί ο χρόνος καθόδου της βόμβας μέχρι το έδαφος.

β. Να υπολογισθεί η ταχύτητα του οχήματος.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας της βόμβας τη στιγμή της πρόσκρουσης στο έδαφος.

δ. Αν το όχημα κινούταν με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που υπολογίστηκε στο β αλλά ομόρροπα με το αεροπλάνο, σε ποια οριζόντια απόσταση s' έπρεπε ο πιλότος να αφήσει τη βόμβα, ώστε αυτή να πετύχει το όχημα;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απ: α. 9s, β. 10m/s, γ. 134,5m/s, δ. 810m

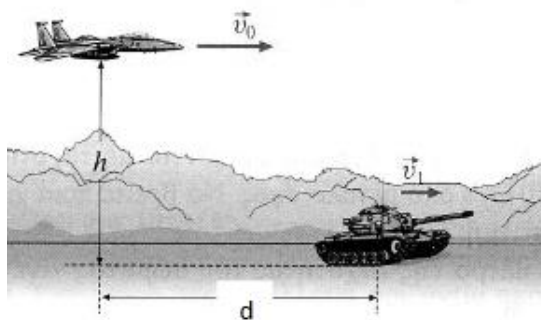


27. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος $h=320\text{m}$ από το έδαφος με σταθερή οριζόντια ταχύτητα $u_{\text{αερ}}=100\text{ m/sec}$. Στο έδαφος κινείται ομόρροπα άρμα μάχης (τανκ) με σταθερή ταχύτητα $u_{\text{τανκ}}=10\text{m/sec}$. Να βρείτε:

α. Ποια θα πρέπει να είναι η οριζόντια απόσταση d ανάμεσα στο αεροπλάνο και στο τάνκ ώστε ο πιλότος να αφήσει μια βόμβα και αυτή να χτυπήσει το άρμα μάχης.

β. Αν το άρμα κινείται αντίρροπα από το αεροπλάνο ποια θα πρέπει να είναι η οριζόντια απόσταση d ώστε η βόμβα να πετύχει το άρμα.

Απ: α. 720 m , β. 880 m



28. Ένα αεροπλάνο κινείται σε ύψος $h=500\text{ m}$ με οριζόντια σταθερή ταχύτητα $u_0=100\text{ m/sec}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνει ελεύθερο ένα δέμα το οποίο να πέσει σε συγκεκριμένο ακίνητο στόχο K πάνω στο έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το αεροπλάνο απέχει από το στόχο K οριζόντια απόσταση $d=380\text{m}$.

α. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_K που το δέμα φτάνει στο έδαφος.

β. Να εξετάσετε αν το δέμα πέφτει ακριβώς πάνω στο στόχο.

γ. Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ του δέματος και του στόχου τη χρονική στιγμή $t_1=9,8\text{s}$.

δ. Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ του αεροπλάνου και του δέματος τη χρονική στιγμή $t_1=8\text{ s}$

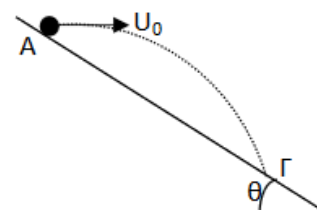
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απ: α. 10 s , γ. $19,8\text{m}$, δ. 320m

29. Από σημείο A ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta = 45^\circ$ βάλλεται οριζόντια σώμα με ταχύτητα $u_0=20\text{ m/sec}$. Να βρείτε:

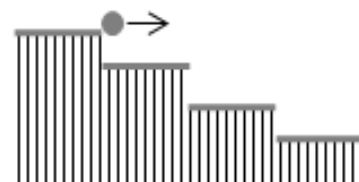
α. Ύστερα από πόσο χρόνο το σώμα συναντά το κεκλιμένο επίπεδο.

β. Την απόσταση AG μεταξύ του σημείου βολής και του σημείου πτώσης.



Απ: α. 4 sec , β. 280m

30. Τα σκαλοπάτια μιας σκάλας είναι όλα όμοια μεταξύ τους και έχουν ύψος $h = 20\text{ cm}$ και πλάτος $d=40\text{ cm}$. Από το πλατύσκαλο στο επάνω μέρος της σκάλας, ρίχνουμε τη χρονική στιγμή $t = 0$ ένα μικρό σφαιρίδιο πλαστελίνης, με οριζόντια αρχική ταχύτητα u_0 όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Το μικρό σφαιρίδιο περνά <<ξυστά>> στο άκρο (ακμή) του πρώτου (από πάνω) σκαλοπατιού τη χρονική στιγμή t_1 .



α. Υπολογίστε τη χρονική στιγμή t_1 .

β. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1 .

γ. Να δείξετε ότι το σφαιρίδιο πλαστελίνης θα σταματήσει οπωσδήποτε στο δεύτερο (μετρώντας από το πάνω μέρος της σκάλας) σκαλοπάτι.

δ. Να προσδιορίσετε το σημείο του σκαλοπατιού που θα προσκρούσει το σφαιρίδιο της πλαστελίνης.

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται. Να θεωρήσετε κατά προσέγγιση ότι ισχύει $\sqrt{2}=1,4$

Απ: α. $0,2\text{s}$, β. $2\sqrt{2}\text{ m/s}$, δ. $0,4\sqrt{2}\text{ m}$

Απαντήσεις

1.

1.1	Λ
1.2	Σ
1.3	Σ
1.4	Λ
1.5	Λ
1.6	Σ
1.7	Λ
1.8	Σ
1.9	Λ
1.10	Λ

2.

2.1	γ	2.11	δ
2.2	γ	2.12	ε
2.3	β	2.13	γ
2.4	γ	2.14	α
2.5	α	2.15	α
2.6	α-γ	2.16	β
2.7	γ	2.17	β
2.8	α-γ-δ	2.18	γ
2.9	β	2.19	γ
2.10	β	2.20	δ

3.

3.1	α
3.2	α
3.3	γ-β
3.4	γ
3.5	δ
3.6	α
3.7	α
3.8	β
3.9	β
3.10	γ