

1.3. Κεντρομόλος δύναμη

Συνοπτική θεωρία

- ✓ Κεντρομόλος δύναμη λέγεται η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σε ένα σώμα όταν εκτελεί κυκλική κίνηση. Έχει την κατεύθυνση της κεντρομόλου επιτάχυνσης δηλαδή τη διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς, και μαθηματική έκφραση που προκύπτει από την εφαρμογή του Β' νόμου του Newton ($F_K = m \cdot a_K$)
 - ✓ **Προσοχή!!** Η κεντρομόλος δύναμη δεν είναι επιπλέον δύναμη αλλά η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας με φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς
- **Τρόπος εργασίας στη δυναμική της κυκλικής κίνησης**
- ✓ Στις περιπτώσεις που έχουμε προβλήματα δυναμικής με κυκλική κίνηση αναλύουμε τις δυνάμεις σε κάθετους άξονες εκ των οποίων ο ένας είναι στη διεύθυνση της ακτίνας
 - ✓ Στον άξονα της ακτίνας εφαρμόζουμε τον Β' νόμο του Newton έχοντας φορά πάντα προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς ($\Sigma F = m \cdot a_K$)
- **Χάσιμο επαφής**
- ✓ Για να μην χάνει την επαφή του ένα σώμα με κάποιο επίπεδο πρέπει η αντίδραση να είναι $A \geq 0$
 - ✓ Χάνει την επαφή του όταν $A=0$

Εφαρμογές

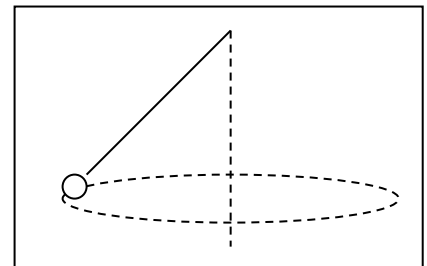
Εφαρμογή 1^η

Δυναμική της κυκλικής κίνησης

Το σφαιρίδιο του εκκρεμούς διαγράφει τον οριζόντιο κύκλο με συχνότητα $f = 0,5\text{Hz}$. Αν η μάζα του σφαιριδίου είναι $m=0,1\text{kg}$ και το μήκος του νήματος $l = 2\text{ m}$, να υπολογιστούν:

- α. Η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη
- β. Η τάση του νήματος

Δίνεται $\pi^2 = 10$ και $g = 10\text{ m/s}^2$



Εφαρμογή 2^η

Ανακύκλωση

Σφαιρίδιο μάζας $m = 1\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς νήματος με μήκος $l = 1,6\text{ m}$ και όριο θραύσης $T_{\theta\rho} = 50\text{ N}$. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε ακλόνητο στήριγμα. Το σφαιρίδιο αναγκάζεται να εκτελέσει κατακόρυφο κύκλο.

- α. Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη ταχύτητα του σφαιριδίου στο ανώτατο σημείο της τροχιάς του ώστε το νήμα να μη χαλαρώνει;
 - β. Ποια η μέγιστη ταχύτητα του σφαιριδίου στο κατώτατο σημείο της τροχιάς του ώστε το νήμα να μην κόβεται
 - γ. Αν το σώμα στη θέση που το νήμα σχηματίζει γωνία $\phi = 60^\circ$ με την κατακόρυφη έχει ταχύτητα $u=4\text{m/s}$, πόση είναι η τάση του νήματος στη θέση αυτή;
- Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$

Εφαρμογή 3^η

Ολίσθηση

Οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένο ένα σώμα σε απόσταση $d = 0,2 \text{ m}$ από τον άξονα περιστροφής. Το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει όταν ο αριθμός των περιστροφών του δίσκου ξεπερνά τις 50 στροφές/min.

α. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και δίσκου

β. Αν διπλασιάσουμε την απόσταση του αντικειμένου από τον άξονα περιστροφής ποια είναι η μέγιστη συχνότητα περιστροφής ώστε το σώμα να μην ολισθαίνει πάνω στο δίσκο;

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$ και $\pi = 3$

Ερωτήσεις

1. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν

Η κεντρομόλος δύναμη:

- 1.1. έχει σταθερή διεύθυνση
- 1.2. είναι πάντοτε κάθετη στην ταχύτητα u
- 1.3. ισούται με mu^2/R^2
- 1.4. έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς
- 1.5. έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο της τροχιάς
- 1.6. Η κεντρομόλος δύναμη είναι σταθερή κατά μέτρο και έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς
- 1.7. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν
- 1.8. Στην ομαλή κυκλική κίνηση η κεντρομόλος δύναμη είναι σταθερή
- 1.9. Όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου, που κινείται σε στροφή δρόμου, τόσο μεγαλύτερη κεντρομόλος δύναμη απαιτείται για να διατηρηθεί σε κυκλική τροχιά
- 1.10. Όσο πιο κλειστή είναι η στροφή (μικρότερης ακτίνας) τόσο μικρότερη κεντρομόλος δύναμη απαιτείται για να διατηρηθεί σε κυκλική τροχιά ένα αυτοκίνητο που κινείται με την ίδια ταχύτητα

2. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση

2.1. Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται ένα σώμα το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση

- α. έχει ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα του σώματος.
- β. έχει κατεύθυνση πάντα προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.
- γ. είναι συνεχώς εφαπτόμενη στην τροχιά
- δ. είναι σταθερή

2.2. Σφαίρα είναι δεμένη σε νήμα και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν κοπεί το νήμα η σφαίρα θα:

- α. Κινηθεί προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς λόγω αδράνειας,
- β. Διαγράψει καμπύλη τροχιά, όχι κυκλική,
- γ. Κινηθεί στη διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς, στο σημείο που κόπηκε το νήμα,
- δ. Σταματήσει να κινείται ακαριαία.

2.3. Μικρή σφαίρα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Η κεντρομόλος δύναμη είναι:

- α. Μια εκ των δυνάμεων που ασκούνται στη σφαίρα, με κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς.
- β. Η συνολική συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στη σφαίρα.
- γ. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στη σφαίρα στη διεύθυνση της ακτίνας της τροχιάς.
- δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

2.4. Μικρή σφαίρα είναι δεμένη στο άκρο νήματος και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο. Η κεντρομόλος δύναμη ισούται

- α. με το βάρος της σφαίρας
- β. με τη συνισταμένη του βάρους και της τάσης του νήματος
- γ. με την τάση του νήματος
- δ. τίποτα από τα παραπάνω

2.5. Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται σε υλικό σημείο σταθερής μάζας m που διαγράφει ομαλή κυκλική κίνηση σταθερής ακτίνας R είναι:

- α. Αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της γωνιακής ταχύτητας,

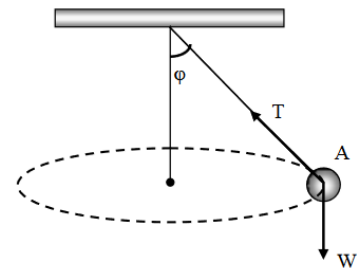
- β. Ανάλογο του τετραγώνου της συχνότητας f ,
- γ. Ανάλογο του τετραγώνου της περιόδου T ,
- δ. Ανεξάρτητο της ακτίνας της τροχιάς R .

2.6. Για να μπορέσει αυτοκίνητο να πάρει στροφή σε οριζόντιο οδόστρωμα θα πρέπει:

- α. Το οδόστρωμα να είναι τελείως λείο.
- β. Το βάρος του να λειτουργεί ως κεντρομόλος.
- γ. Η στατική τριβή που αναπτύσσεται ανάμεσα στα ελαστικά και το οδόστρωμα να δρα ως κεντρομόλος.
- δ. Η συνισταμένη του βάρους και της κάθετης δύναμης να δρα ως κεντρομόλος.

2.7. Στο παρακάτω κωνικό εκκρεμές να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- α. Η κεντρομόλος δύναμη στο Α ισούται με Τσυνφ
- β. Η κεντρομόλος δύναμη στο Α ισούται με την συνισταμένη της T και του W .
- γ. Η κεντρομόλος δύναμη στο Α ισούται με την τάση του νήματος T .
- δ. Τίποτα από τα παραπάνω



3. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση αιτιολογώντας την επιλογή σας

3.1. Σώμα μάζας m κάνει ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα, u σε κατακόρυφο επίπεδο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

- α. Σε κάθε σημείο της τροχιάς του το βάρος δρα ως κεντρομόλος.
- β. Στην κατώτερο σημείο της τροχιάς ισχύει: $F_K = mg - T$.
- γ. Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς ισχύει: $F_K = mg + T$
- δ. Στην οριζόντι θέση η κεντρομόλος ισούται με την τάση του νήματος.
- ε. Σε κάθε θέση της τροχιάς η τάση του νήματος είναι η ίδια κατά μέτρο.

3.2. Δύο σώματα Α και Β με ίσες μάζες εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση σε ομόκεντρους κύκλους με ακτίνες R και $16R$, αντίστοιχα. Αν τα μέτρα των κεντρομόλων δυνάμεων που ασκούνται στα δύο σώματα είναι ίσα, τότε ο λόγος των περιόδων T_A/T_B είναι:

- α. 2
- β. $1/4$
- γ. 4

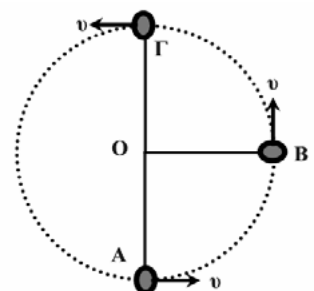
3.3. Σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω .

Για να διπλασιάσουμε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας (χωρίς να μεταβληθεί η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς), το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που θα ασκηθεί στο σώμα θα πρέπει να:

- α. υποδιπλασιαστεί
- β. διπλασιαστεί
- γ. τετραπλασιαστεί

3.4. Το σώμα μάζας m της διπλανής εικόνας περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο, με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα, στερεωμένο στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους L . Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή g . Αν F_A είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Α και F_Γ είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Γ, για τα μέτρα των δυνάμεων θα ισχύει:

- α. $F_A = F_\Gamma$
- β. $F_A > F_\Gamma$
- γ. $F_A < F_\Gamma$

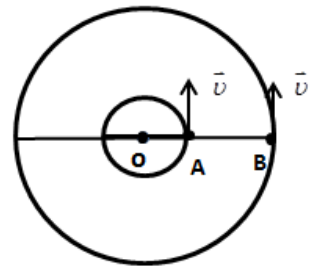


3.5. Ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας m είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο νήματος μήκους L και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα μέτρου u , σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η τάση του νήματος που παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης έχει μέτρο F . Αν διπλασιάσουμε το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του σφαιριδίου το μέτρο της νέας τάσης του νήματος είναι F' ;

- α. $F' = F$ β. $F' = 4F$ γ. $F' = F/4$

3.6. Τα σωματίδια A και B του διπλανού σχήματος έχουν μάζες m_A και m_B αντίστοιχα. Τα A και B κινούνται ομαλά, σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες R_A και R_B με $R_B = 3R_A$ με το ίδιο κέντρο O και με ταχύτητες ίσων μέτρων $u_A = u_B = u$. Το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο A είναι ΣF_A ενώ το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο B είναι ΣF_B . Αν $\Sigma F_A = 3\Sigma F_B$ ο λόγος των μαζών των δύο σωματιδίων θα ισούται με

- α. $\frac{m_B}{m_A} = 3$ β. $\frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{3}$ γ. $\frac{m_B}{m_A} = 1$

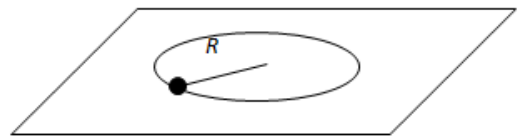


3.7. Σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο σε ένα σχοινί. Το σχοινί σπάει όταν η δύναμη που θα του ασκηθεί είναι

μεγαλύτερη ή ίση με T_0 (όριο θραύσης). Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας R το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα είναι ω_1 . Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας $R/2$ το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα είναι ω_2 .

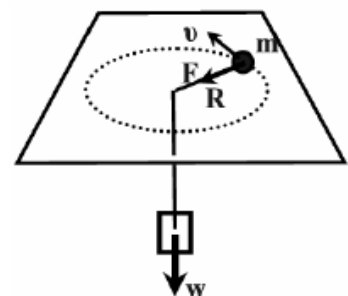
Για το λόγο των δύο γωνιακών ταχυτήτων ισχύει:

- α. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$ β. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ γ. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$



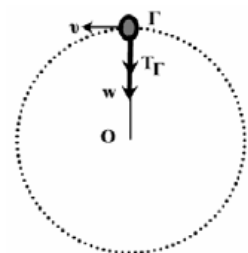
3.8. Στο τραπέζι του σχήματος υπάρχει μια τρύπα μέσα από την οποία περνάει νήμα στα άκρα του οποίου είναι δεμένα μια μπίλια μάζας m και ένα βαρίδι βάρους w . Η μπίλια περιστρέφεται πάνω στο τραπέζι χωρίς τριβές, σε κυκλική τροχιά, ενώ το βαρίδι ισορροπεί. Όταν η συχνότητα περιστροφής είναι f_1 και η ακτίνα της τροχιάς R το βαρίδι πρέπει να έχει βάρος w . Αν η συχνότητα γίνει f_2 με την ίδια ακτίνα, τότε το βαρίδι πρέπει να έχει βάρος $4w$. Ο λόγος f_1/f_2 είναι:

- α. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2}$ β. $\frac{f_1}{f_2} = 2$ γ. $\frac{f_1}{f_2} = 4$ δ. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{4}$



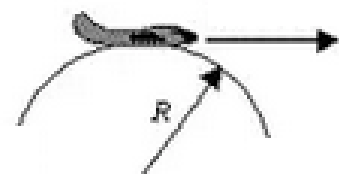
3.9. Το σώμα μάζας m κάνει ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα, u σε κατακόρυφο επίπεδο, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $OG = R$. Η πιο μικρή τιμή της ταχύτητας u στο ανώτερο σημείο της τροχιάς, Γ, ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο, είναι

- α. $u_{\min} = Rg$ β. $u_{\min} = \sqrt{Rg}$
γ. $u_{\min} = 2Rg$ δ. $u_{\min} = \sqrt{2Rg}$



3.10. Ένα αεροπλάνο κινείται με ταχύτητα $u = 200 \text{ m/s}$ σε τόξο ενός κατακόρυφου κύκλου ακτίνας R . Στην κορυφή της διαδρομής του, ο πιλότος έχει την εμπειρία "της έλλειψης βαρύτητας" (Δύναμη από το κάθισμα μηδέν). Ποια είναι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του αν $g = 10 \text{ m/s}^2$;

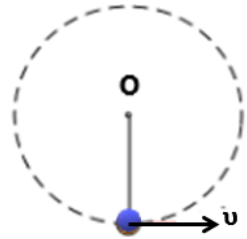
- α. 1.000m β. 2.000m γ. 4.000m δ. 40.000m



Ασκήσεις

1. Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ διαγράφει κατακόρυφο κύκλο δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l=2\text{m}$. Τη στιγμή που περνάει από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του, έχει ταχύτητα μέτρου $v=5\text{m/s}$. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση αυτή και να υπολογίσετε τα μέτρα τους. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: $T=90\text{N}$



2. Ένα εκκρεμές αποτελείται από σχοινί μήκους $l=0,2\text{ m}$ στο οποίο έχει κρεμαστεί μία μάζα $m=0,1\text{ kg}$. Όταν το εκκρεμές περνά από την κατώτατη θέση του με ταχύτητα $v=2\text{ m/s}$,

α. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

β. Αν το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_0=13,5\text{ N}$ υπολογίστε την μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να περνά το σφαιρίδιο από την κατώτατη θέση ώστε να μην σπάει το σχοινί.

Απ. α. 3 N , β. 5 m/s

3. Σώμα μάζας $m = 1\text{ Kg}$ δένεται με σχοινί μήκους $l = 1\text{ m}$ και αναγκάζεται να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο κύκλο. Αν σε μια στιγμή που το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία $\phi=60^\circ$ η ταχύτητά του είναι $v=10\text{ m/s}$, να υπολογιστεί η δύναμη που τείνεται το νήμα.

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

Απ: 105 N

4. Σφύρα μάζας $m=2,5\text{kg}$ περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα $\omega=40\text{rad/s}$ δεμένη με νήμα μήκους $L=2\text{m}$. Να βρεθούν:

α. Η γραμμική ταχύτητα της σφύρας

β. Η περίοδος περιστροφής της

γ. Η τάση του νήματος.

δ. Το μέτρο της ταχύτητας της σφύρας τη στιγμή που την αφληνει ο αθλητής

Απ: α. 80m/s , β. $\pi/20\text{s}$, γ. 8000N , δ. 80m/s

5. Η σφαίρα Σ μάζας $m=0,2\text{kg}$ ισορροπεί δεμένη με δύο νήματα (1) και (2), όπου το (1) σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την κατακόρυφο, ενώ το (2) είναι οριζόντιο, όπως στο σχήμα. Κόβουμε το οριζόντιο νήμα με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί. Να βρεθεί η τάση του νήματος (1):

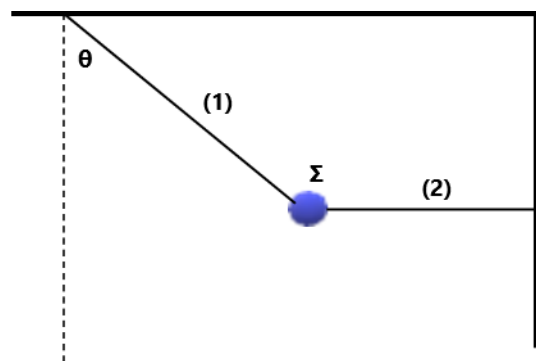
α. Πριν κοπεί το οριζόντιο νήμα.

β. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος

γ. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 4N , β. 1N , γ. 4N



6. Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l=1\text{m}$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την κατακόρυφο, το σώμα έχει ταχύτητα $v=2\text{m/s}$. Για την θέση αυτή:

α. Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση;

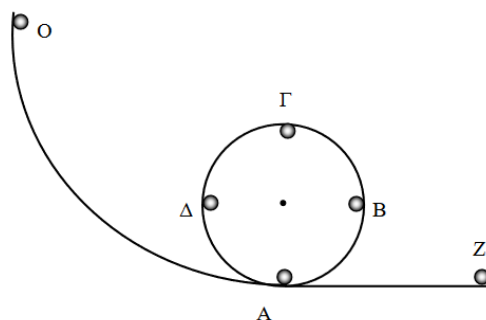
β. Ποιο το μέτρο της τάσης του νήματος;

γ. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 4m/s^2 , β. 18N , γ. $-5\sqrt{3}\text{m/s}^2$

7. Ένα σώμα μάζας $m=0,2 \text{ kg}$ ξεκινά από το σημείο O και περνώντας διαδοχικά από τα A, B, Γ, Δ καταλήγει στο Z. (στίβος ανακύκλωσης). Η ακτίνα του κύκλου είναι $R=0,4 \text{ m}$. Όταν το σώμα περνά από το σημείο A έχει ταχύτητα $u_A=5\text{m/s}$ και όταν περνά από το Γ έχει $u_\Gamma=3 \text{ m/s}$. Υπολογίστε την αντίδραση από το δάπεδο στα σημεία A και Γ.



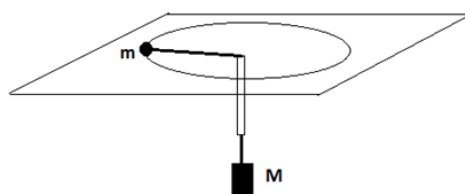
Απ. $14,5\text{N}$, $2,5 \text{ N}$

8. Από αεροπλανοφόρο εκτοξεύουμε οριζόντια πύραυλο, που κινείται γύρω από τη γη οριακά πάνω από την επιφάνειά της με ακτίνα $R = 6400 \text{ Km}$. Αν $g = 10 \text{ m/s}^2$ να υπολογιστεί η ταχύτητα κίνησής του
Απ: 8 Km/s

9. Στο σχήμα δείχνεται πώς μια μάζα $m=1\text{kg}$ μπορεί να ισορροπεί στο αέρα μια μάζα $M=40\text{kg}$. Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας όταν αυτή διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας $R=1\text{m}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

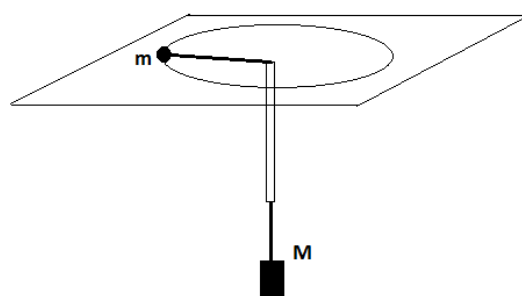
Απ: 20m/s



10. Δια μέσου ενός κατακόρυφου σωλήνα διέρχεται νήμα στα άκρα του οποίου δένουμε δύο σώματα με μάζες m και M . Αναγκάζουμε το σώμα μάζας m να περιστραφεί σε οριζόντιο επίπεδο διαγράφοντας κύκλο ακτίνας r . Να υπολογιστεί η γραμμική ταχύτητα που πρέπει να έχει ώστε το σώμα μάζας M που κρέμεται να ισορροπεί.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g

Απ: $u = \sqrt{\frac{Mgr}{m}}$



11. Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί δεμένο στο άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $L=1\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο O. Σε μια στιγμή, ασκούμε στο σώμα μια δύναμη F , τέτοια ώστε να εφάπτεται στην τροχιά όπως στο σχήμα, μέχρι να φτάσει στη θέση B, όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο. Στη θέση B η δύναμη F παύει να ασκείται, ενώ το έργο της για την παραπάνω μετακίνηση είναι ίσο με 80J .

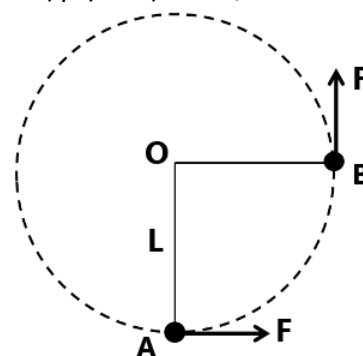
α. Να υπολογίσετε το έργο του βάρους για την κίνηση από τη θέση A στη θέση B.

β. Πόση είναι η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση B;

γ. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος στις θέσεις A και B.

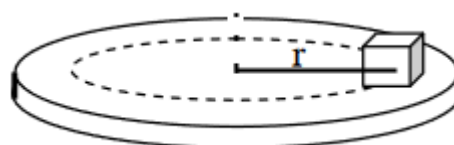
Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ: α. -20J , β. 60J , γ. 20N , 120N



12. Ο δίσκος του σχήματος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega=10 \text{ rad/s}$. Πάνω σε αυτόν έχουμε ακουμπήσει έναν κύβο σε απόσταση $r=0,2\text{m}$ από το κέντρο του δίσκου. Ο κύβος ακολουθεί την περιστροφή του δίσκου και οριακά δεν γλιστρά πάνω σε αυτόν. Υπολογίστε τον συντελεστή τριβής του κύβου με τον δίσκο.

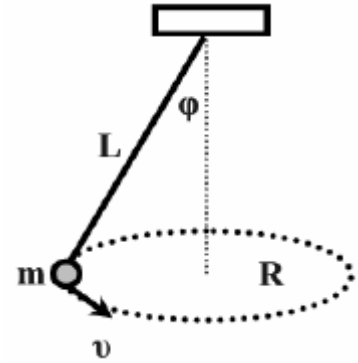
Απ. $\mu=2$



13. Σφαίρα μάζας $m=0,2\text{kg}$ δένεται από το άκρο νήματος μήκους $L=2,4\text{m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο, το σώμα διαγράφει οριζόντιο κύκλο με σταθερή ταχύτητα έτσι ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία $\phi = 60^\circ$ με την κατακόρυφο που περνάει από το σημείο εξαρτήσεως. Να υπολογιστούν:

- α. η γραμμική ταχύτητα περιστροφής του σφαίρας,
 - β. η τάση του νήματος F .
 - γ. Κάποια στιγμή το νήμα σπάει και η σφαίρα ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει λόγω τριβών με αυτό. Αν ο συντελεστής τριβής της σφαίρας με το επίπεδο είναι $\mu=0,6$ πόσο διάστημα διανύει μέχρι να σταματήσει;
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απ: α. 6m/s , β. 4N , γ. 3m



14. Οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από το κέντρο του με συχνότητα $f = 0,4 \text{ Hz}$. Ζητείται η μεγαλύτερη δυνατή απόσταση από το κέντρο του δίσκου που μπορεί να τοποθετηθεί σώμα χωρίς να ολισθαίνει αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και δίσκου είναι $\mu = 0,4$
Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi^2=10$.

Απ: $62,5\text{cm}$

15. Αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα $u=50 \text{ m/s}$ σε οριζόντια στροφή ακτίνας $R=50 \text{ m}$. Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής τριβής μεταξύ ελαστικών και οδοστρώματος ώστε να κινείται με ασφάλεια
Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

Απ: $\mu=5$

16. Οχημα κινείται σε οριζόντιο κυκλικό δρόμο ακτίνας $R= 25\text{m}$. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των ελαστικών και του οδοστρώματος είναι $\mu_{\text{στ}}= 0,4$ να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινηθεί το όχημα με ασφάλεια.

Δίνεται: $g= 10\text{m/s}^2$

Απ: 10m/s

17. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα u που επιτρέπεται να έχει αυτοκίνητο σε στροφή ακτίνας $R = 100 \text{ m}$ που κινείται χωρίς τριβή αλλά το οδόστρωμα έχει κλίση $\phi = 30^\circ$.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

Απ: 24 m/s

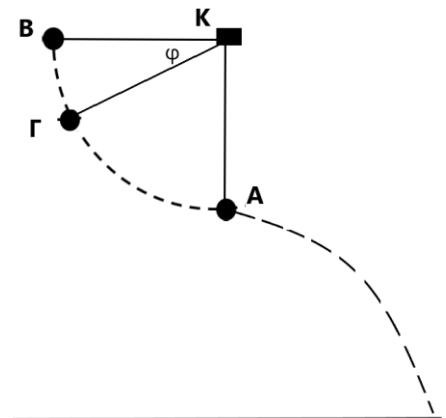
18. Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=0,2\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους $l = 1,25\text{m}$ (θέση Α), το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Κ, το οποίο βρίσκεται σε ύψους $H=2,5\text{m}$ από το έδαφος.

Φέρνουμε τη σφαίρα στη θέση Β, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο κόβεται, οπότε τελικά η σφαίρα φτάνει στο έδαφος στο σημείο Δ.

α. Σε μια στιγμή το νήμα σχηματίζει γωνία $\phi = 30^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Πόση είναι η τάση του νήματος στην θέση αυτή;

β. Να βρεθεί η οριζόντια απόσταση μεταξύ του σημείου πρόσδεσης Κ του νήματος και του σημείου πρόσπτωσης της σφαίρας στο έδαφος.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Απ: α. 3N, β. $5\sqrt{0,5}$ m

19. Αυτοκίνητο μάζας $m = 2000$ Kg περνά από τοξοειδή γέφυρα που αντιστοιχεί σε ακτίνα καμπυλότητας $R = 50$ m. Στο ανώτατο σημείο η ταχύτητά του είναι $u = 72$ km/h. Να υπολογιστούν:

α. Η δύναμη που ασκεί το αυτοκίνητο στη γέφυρα στη θέση αυτή

β. Η ταχύτητα που πρέπει να έχει το αυτοκίνητο στο ανώτατο σημείο ώστε να χάνει την επαφή του με το οδόστρωμα

Δίνεται $g = 10$ m/s²

Απ: α. 4000 N, β. 22,36 m/s

20. Ενα μικρό σώμα μάζας $m = 2$ kg είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l = 1,25$ m, το άλλο άκρο του οποίου είναι

στερεωμένο στην οροφή και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από το κατώτερο σημείο A της τροχιάς το νήμα κόβεται. Η απόσταση του σημείου A από το έδαφος είναι $h = 5$ m. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, μέχρι να πέσει στο έδαφος. Να υπολογίσετε:

α. το χρόνο κίνησης του σώματος από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι να πέσει στο έδαφος.

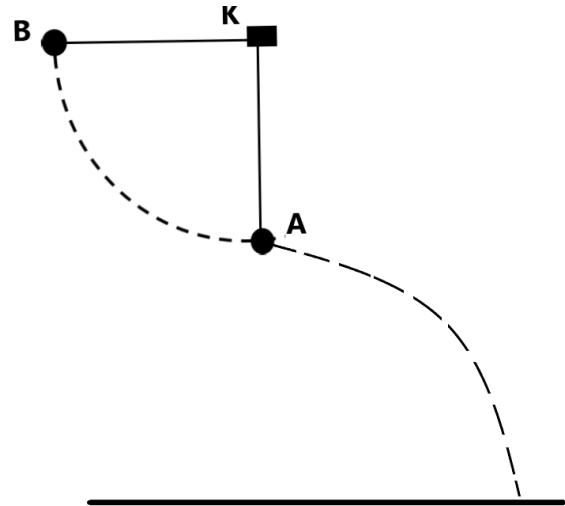
β. την οριζόντια μετατόπιση του σώματος στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

γ. την ταχύτητα του σώματος την στιγμή που χτυπά στο έδαφος.

δ. το μέτρο της τάσης του νήματος λίγο πριν κοπεί το νήμα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s²

Απ: α. 1s, β. 5m, γ. $5\sqrt{5}$ m/s, δ. 60N



21. Ημισφαίριο ακτίνας R τοποθετείται με τη βάση του σε οριζόντιο επίπεδο. Στην αρχική θέση δίνουμε μια αρχική ώθηση στο σώμα οπότε αυτό ολισθαίνει χωρίς τριβές.

α. Να βρεθεί η γωνία θ στην οποία το σώμα εγκαταλείπει το ημισφαίριο

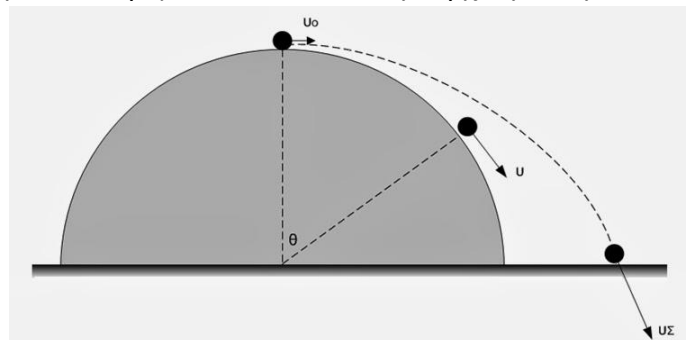
Εκτοξεύουμε το σώμα με αρχική ταχύτητα u_0 .

β. Για ποια τιμή της u_0 το σώμα χάνει αμέσως την επαφή του με το ημισφαίριο;

γ. Για την προηγούμενη τιμή της ταχύτητας u_0 , να βρεθεί η οριζόντια απόσταση από το A που θα πέσει στο οριζόντιο επίπεδο και με ποια ταχύτητα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g , ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απ: α. $\sin\theta = 2/3$, β. $\sqrt{gR}$, γ. $R\sqrt{2}$, $\sqrt{3gR}$



22. Σώμα μάζας $m = 1$ kg δένεται στο ένα άκρο νήματος μήκους $l = 1$ m, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε σταθερό σημείο O και ισορροπεί ώστε το νήμα να είναι κατακόρυφο. Εκτρέπουμε το σώμα ώστε το νήμα να έρθει σε οριζόντια θέση και το αφήνουμε ελεύθερο. Να υπολογιστούν:

α. Η τάση του νήματος όταν περνά από την κατακόρυφη θέση

β. Η τάση του νήματος όταν το σώμα ανεβαίνοντας το νήμα σχηματίζει γωνία $\phi = 60^\circ$ με την κατακόρυφη

γ. Η ελάχιστη ταχύτητα u_0 που πρέπει να δώσουμε στο σώμα όταν το νήμα είναι οριζόντιο, ώστε το σώμα να κάνει ανακύκλωση

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απ: α. 30N, β. 15N, γ. $\sqrt{30}\text{ m/s}$

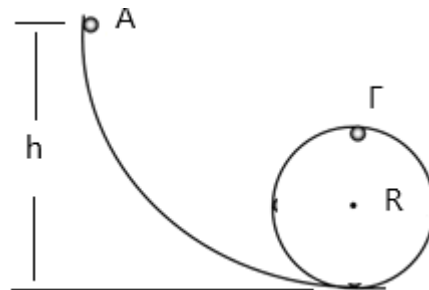
23. Σφαιρίδιο κινείται χωρίς τριβές στο εσωτερικό κατακόρυφου κυκλικού δακτυλίου ακτίνας R. Ποια η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του ώστε να μην χάνει την επαφή του με το δακτύλιο και να συνεχίζει την κυκλική του κίνηση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g

Απ: $u = \sqrt{gR}$

24. Ένα σώμα μάζας m ξεκινά από το σημείο A και κινείται στο εσωτερικό του οδηγού του σχήματος. Αν δεν έχουμε απώλειες ενέργειας λόγω τριβών, να υπολογιστεί το ελάχιστο ύψος h που πρέπει να αφεθεί ώστε να περάσει χωρίς να χάσει την επαφή του στο σημείο Γ. Δίνεται η ακτίνας της κυκλικής τροχιάς $R=0,4\text{m}$.

Απ: 1m



25. Αυτοκίνητο μάζας $m=400\text{kg}$ μπαίνει σε οριζόντια κυκλική στροφή ακτίνας $R=100\text{m}$. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του δρόμου και των ελαστικών του είναι $\mu=0,4$.

α. Πόση πρέπει να είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα ώστε το αυτοκίνητο να διατηρηθεί σε κυκλική τροχιά σε όλη τη διάρκεια της στροφής;

Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα $u=10\text{m/s}$ να υπολογιστούν:

β. Η κεντρομόλος επιτάχυνση

γ. Η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται

δ. Το χρονικό διάστημα για να διαγράψει τόξο $\theta=\pi/4\text{ rad}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απ: α. 20m/s , β. 1m/s^2 , γ. 400N, δ. $2,5\pi\text{ s}$

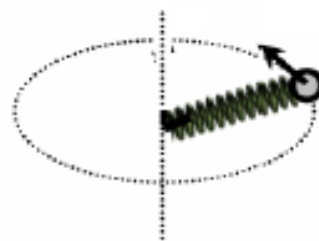
26. Μικρό σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ διαγράφει κύκλο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο από το ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $L_0=0,3\text{m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι συνδεδεμένο με ακλόνητο σημείο του επιπέδου που λειτουργεί και ως κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Κατά την περιστροφή το ελατήριο επιμηκύνεται έτσι ώστε να έχει τώρα σταθερό μήκος $L_1=0,4\text{m}$.

α. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος;

β. Πόση είναι η κινητική ενέργεια του σώματος;

γ. Πόσο είναι το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά την επιμήκυνση αυτού;

Απ: α. 5rad/s , β. 2J, γ. -0,5J



Απαντήσεις

1.

1.1	Λ
1.2	Σ
1.3	Λ
1.4	Σ
1.5	Λ
1.6	Σ
1.7	Λ
1.8	Λ
1.9	Σ
1.10	Λ

2.

2.1	β
2.2	γ
2.3	γ
2.4	γ
2.5	β
2.6	γ
2.7	β

3.

3.1	γ,δ
3.2	β
3.3	γ
3.4	β
3.5	β
3.6	γ
3.7	β
3.8	α
3.9	β
3.10	γ