Ρευστά σε κίνηση

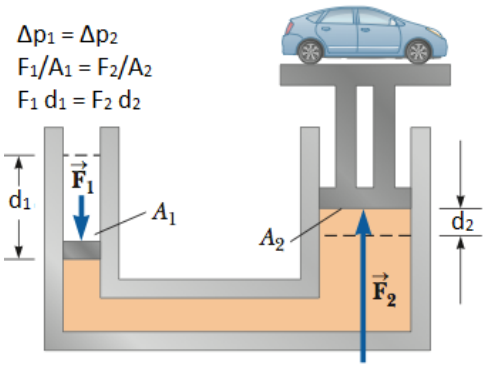
- Η πίεση στα διάφορα σημεία ενός δοχείου που περιέχει ένα υγρό, οφείλεται στο βάρος του υγρού ή σε εξωτερικό αίτιο

- Η πίεση που οφείλεται στο βάρος του υγρού λέγεται υδροστατική πίεση. (αν το υγρό βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας δεν έχουμε υδροστατική πίεση)

- **Θεμελιώδης νόμος της υδροστατικής: p = ρgh**
  - ρ: η πυκνότητα του υγρού
  - h: το βάθος του σημείου (απόσταση από την επιφάνεια του υγρού)
  - Η υδροστατική πίεση **δεν εξαρτάται** από το σχήμα, το συνολικό όγκο και τη συνολική μάζα του υγρού

- **Αρχή του Pascal:** Η πίεση από εξωτερικό αίτιο μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του υγρού
  - Αν κάποιο υγρό ισορροπεί σε ανοιχτό δοχείο, τότε σε βάθος h η πίεση θα είναι: $p = p_{atm} + \rho gh$
  - Σε συνθήκες ισορροπίας ενός υγρού η ολική πίεση σε σημεία που βρίσκονται στην ίδια οριζόντια επιφάνεια έχει την ίδια τιμή

- **Υδραυλικό πιεστήριο**



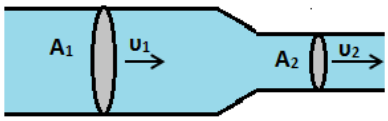
- **Ρευματική γραμμή** είναι το σύνολο των σημείων από τα οποία περνά ένα μόριο του ρευστού στη διάρκεια της κίνησής του(με την προϋπόθεση ότι η ροή είναι στρωτή)
  - Η ταχύτητα κάθε στοιχείου ενός ιδανικού ρευστού είναι εφαπτόμενη στη ρευματική γραμμή
  - Στην περίπτωση της στρωτής ροής δύο ρευματικές γραμμές δεν τέμνονται
  - Στα σημεία που οι ρευματικές γραμμές είναι πιο πυκνές η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη

- **Φλεβα** είναι το σύνολο των ρευματικών γραμμών που περνούν από μία φανταστική επιφάνεια που είναι κάθετη στο σωλήνα που κινείται το ρευστό
  - Το ρευστό που κυλάει σε μία φλέβα δεν αναμιγνύεται με το περιεχόμενο άλλης φλέβας

- **Παροχή (Π)**
  - ✓ Ορισμός: $\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$
    - Όπου ΔV ο όγκος του ρευστού που περνά από μια διατομή του σωλήνα ή της φλέβας σε χρόνο Δt
    - Μονάδα στο S.I. $1m^3/s$
  - ✓ Σχέση υπολογισμού: Π=Α·υ
    - Α: το εμβαδόν της διατομής
    - υ: η ταχύτητα του ρευστού

- ✓ Αν γνωρίζουμε την παροχή ενός σωλήνα μπορούμε να υπολογίσουμε τον όγκο του υγρού σε ορισμένο χρόνο από τη σχέση V = Π·t

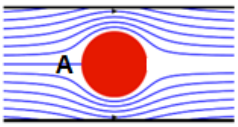
➢ **Εξίσωση της συνέχειας: $A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2$**



- ✓ Είναι άμεση συνέπεια της διατήρησης της ύλης
- ✓ Κατά μήκος ενός σωλήνα ή μιας φλέβας η παροχή διατηρείται σταθερή
- ✓ Η εξίσωση της συνέχειας εφαρμόζεται σε δύο περιοχές ενός σωλήνα ή μιας φλέβας
- ✓ Όταν έχουμε ένα σύστημα σωλήνων που καταλήγουν στο ίδιο δοχείο και από κάποιους σωλήνες εισέρχεται υγρό ενώ από κάποιους άλλους εξέρχεται, τότε η εξίσωση της συνέχειας παίρνει τη μορφή $\Pi_{\epsilon\iota\sigma\epsilon\rho\chi} = \Pi_{\epsilon\xi\epsilon\rho\chi}$
- ✓ Αν δε γνωρίζουμε την κατεύθυνση της ροής σε ένα σωλήνα υποθέτουμε κάποια φορά και αν βγεί αρνητική τότε έχει αντίθετη φορά διαφορετικά αυτή που υποθέσαμε

➢ **ΕξίσωσηBernoulli**

- ✓ Μαθηματική έκφραση: $\mathbf{p + \frac{1}{2}\rho\,\upsilon^2 + \rho\, g\, y = \text{σταθερό}}$
  ή μεταξύ δύο σημείων: $p_1 + \frac{1}{2}\rho\,\upsilon_1^2 + \rho\, g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\,\upsilon_2^2 + \rho\, g\, y_2$
- ✓ Η εξίσωση Bernoulli αποτελεί έκφραση της διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ρευστών
- ✓ Η εξίσωσηBernoulliεφαρμόζεται κατά μήκος της ίδιας ρευματικής γραμμής μεταξύ δύο σημείων τα οποία βρίσκονται στο ίδιο ή σε διαφορετικό ύψος
- ✓ Όταν σε ένα σωλήνα έχουμε αλλαγή του εμβαδού διατομής τότε μαζί με την εξίσωση του Bernoulli εφαρμόζουμε και την εξίσωση της συνέχειας ώστε να βρίσκουμε τη σχέση των ταχυτήτων
- ✓ Όταν η εξίσωση εφαρμόζεται για τα αέρια παραλείπεται ο όρος ρgh επειδή η μεταβολές του είναι αμελητέες
- ✓ Στην εφαρμογή της εξίσωσης όταν το ρευστό έρχεται σε επαφή με την ανοιχτή ατμόσφαιρα θεωρούμε ότι δέχεται πίεση ίση με p_{atm}
- ✓ Στα φαινόμενα ροής γύρω από εμπόδιο εφαρμόζουμε την εξίσωση μεταξύ του σημείου που μας ενδιαφέρει και ενός απομακρυσμένου σημείου όπου οι ρευματικές γραμμές δεν επηρεάζονται
- ✓ Η τοποθέτηση εμποδίου σε μια περιοχή μιας στρωτής ροής, έχει ως αποτέλεσμα να τροποποιήσει τη ροή, αφού θα έχουμε αποκοπή της ροής στο Α, δηλαδή η ταχύτητα ροής στο Α θα μηδενιστεί. Ο νόμος του Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και ∞, εφαρμόζεται:
  $P_\infty + \frac{1}{2}\rho\,\upsilon_\infty^2 = p_A$



➢ **Παρατηρήσεις**

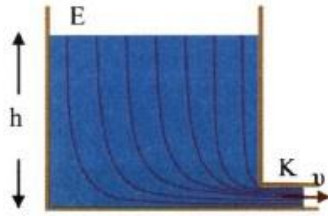
- ✓ Η διαφορά πίεσης μεταξύ δύο σημείων μπορεί να οφείλεται ή σε υψομετρική διαφορά ή σε διαφορετική ταχύτητα λόγω διαφορετικής διατομής του σωλήνα ροής

- ✓ Αν μέσα σε σωλήνα τοποθετήσουμε σταθερό εμπόδιο η ρευματική ταχύτητα μπροστά από το εμπόδιο μηδενίζεται

- ✓ Τα φαινόμενα ροής γύρω από εμπόδια είναι τα ίδια είτε το σώμα είναι ακίνητο και το ρευστό κινείται ή το ρευστό είναι ακίνητο και το εμπόδιο κινείται

- ✓ Όταν εφαρμόζουμε το νόμο του Bernoulli για αέριο, παίρνουμε ένα σημείο μακριά από το σημείο όπου $υ_α$=0 και $p=p_{ατμ}$ και του σημείου που μας ενδιαφέρει

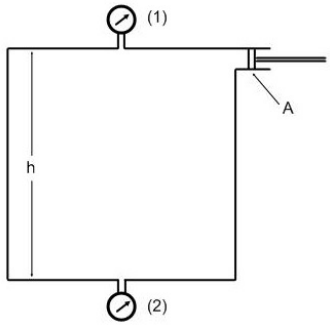
- **Θεώρημα του Torricelli**
  - ✓ Υπολογίζει την ταχύτητα εκροής υγρού από ανοιχτό δοχείο
    $υ_κ = \sqrt{2gh}$
  - ✓ Δεχόμαστε ότι το δοχείο έχει πολύ μεγαλύτερη διατομή, από την οπή, οπότε μπορούμε να αποδεχτούμε, ότι η επιφάνεια του υγρού, παραμένει σε σταθερό ύψος και το υγρό ηρεμεί, οπότε και $υ_E$=0.
  - ✓ Στην περίπτωση που η διατομή του δοχείου, δεν μπορεί να θεωρηθεί πολύ μεγαλύτερη αυτής της οπής, δεν μπορούμε να θεωρήσουμε μηδενική την ταχύτητα του σημείου Ε και ακίνητη την στήλη του υγρού. Πρέπει να εφαρμόσουμε την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των δύο περιοχών: $A_E \cdot υ_E = A_K \cdot υ_K$



Εφαρμογές

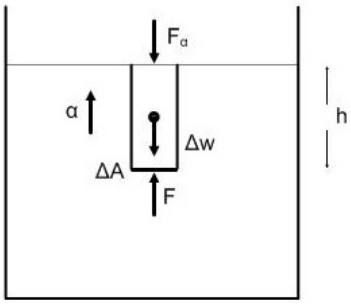
Εφαρμογή 1η
Υδροστατική πίεση – Αρχή του Pascal

Το κυβικό δοχείο του σχήματος ακμής h = 2 m είναι γεμάτο με υγρό πυκνότητας ρ = 1,1·10³ kg/m³ . Το έμβολο που κλείνει το δοχείο έχει διατομή Α = 100 cm² . Το μανόμετρο (1) που βρίσκεται στην πάνω πλευρά του δοχείου δείχνει πίεση P_1 = 1,2·105 N/m² (ή Pα) .



1. Να υπολογίσετε την πίεση που δείχνει το μανόμετρο (2) που βρίσκεται στον πυθμένα του δοχείου, όταν το δοχείο βρίσκεται :
α. εκτός πεδίου βαρύτητας και
β. εντός πεδίου βαρύτητας .
2. Να απαντήσετε στα παραπάνω ερωτήματα αν ασκήσουμε στο έμβολο επιπλέον δύναμη F = 200 N.
3. Να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται ο πυθμένας του δοχείου σε κάθε περίπτωση
Δίνεται g = 10 m /s² .
Απ: 1. $P_2 = P_1 = 1,2\cdot10^5$ N/m², $P_2' = 1,42\cdot10^5$ N/m², 2. $P_1' = 1,4\cdot10^5$ N/m², $P_2'' = 1,4\cdot10^5$ N/m², $P_1'' = P_1' = 1,4\cdot10^5$ N/m², $P_2''' = 1,62\cdot10^5$ N/m²

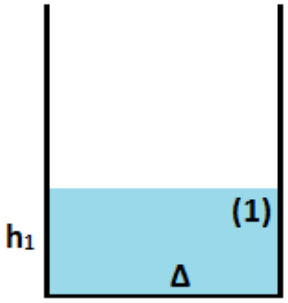
Εφαρμογή 2η
Πίεση σε κινούμενο δοχείο



Θεωρήστε ένα δοχείο με ρευστό που κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση α.
α. Δείξτε ότι η μεταβολή της πίεσης με το βάθος δίνεται από την σχέση ΔP = ρ·h·(g + α) , όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού και h το βάθος .
β. Δείξτε επίσης ότι αν το ρευστό σαν σύνολο δέχεται μια κατακόρυφη προς τα κάτω επιτάχυνση α , η μεταβολή της πίεσης σε ένα βάθος h δίνεται από την σχέση ΔP = ρ·h·(g – α) .
γ. Ποια είναι η κατάσταση στην ελεύθερη πτώση ;

Εφαρμογή 3η
Πίεση σε μη αναμειγνυόμενα υγρά

Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος έχει εμβαδόν βάσης $A=400cm^2$ και περιέχει υγρό (1) πυκνότητας $\rho_1=1200kg/m^3$, η ελεύθερη επιφάνεια του οποίου βρίσκεται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα. Η πίεση του υγρού σε σημείο Δ της βάσης του δοχείου είναι ίση με $P_{1(\Delta)}=1,12\cdot10^5Pa$



α. Να υπολογιστεί η απόσταση h_1 της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού από τη βάση του δοχείου.

Στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού (1) ρίχνουμε ορισμένη ποσότητα ενός δεύτερου υγρού (2) που έχει πυκνότητα ρ_2 ($\rho_2<\rho_1$) και δεν αναμειγνύεται με το υγρό (1), με αποτέλεσμα η πίεση στη βάση του δοχείου να αυξηθεί κατά 25%.

β. Αν η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού (2) απέχει από τη βάση του δοχείου κατακόρυφη απόσταση $h_2=3,8m$, να υπολογίσετε την πυκνότητα ρ_2.

Στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού (2) ρίχνουμε ορισμένη ποσότητα ενός τρίτου υγρού (3) που έχει πυκνότητα $\rho_3=800kg/m^3$, το οποίο επίσης δεν αναμειγνύεται με το υγρό (2), με αποτέλεσμα η πίεση στη βάση του δοχείου να γίνει ίση με $1,5p_{atm}$. Να υπολογίσετε:

γ. τη μάζα του υγρού (3) που ρίξαμε στο δοχείο

δ. την πίεση σε ένα σημείο Γ της διαχωριστικής επιφάνειας των υγρών (1) και (2)

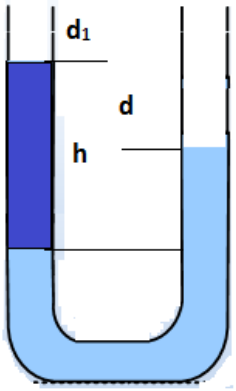
Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5Pa$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$

Απ: α.1m, β. $1000kg/m^3$, γ. 40kg, δ. $1,38\cdot10^5Pa$

Εφαρμογή 4η

Ισορροπία υγρών σε σωλήνα σχήματος U

Ο σωλήνας του σχήματος περιέχει υγρό (1) άγνωστης πυκνότητας, που είναι αδιάλυτο στο νερό. Στο αριστερό σκέλος του σωλήνα προσθέτουμε υγρό μέχρι το ύψος της στήλης του νερού να γίνει ίσο με h=25cm. Τα δύο υγρά ισορροπούν και η ελεύθερη στάθμη του υγρού στο δεξιό σκέλος του σωλήνα είναι d=10cm χαμηλότερα από την ελεύθερη στάθμη του νερού. Η ελεύθερη επιφάνεια του νερού απέχει από το χείλος του αριστερού σκέλους απόσταση $d_1=7,5cm$, ενώ το εμβαδόν διατομής του σωλήνα είναι ίσο με $A=20cm^2$.



α. Να υπολογίσετε την πυκνότητα του υγρού (1)

β. Να υπολογίσετε την υδροστατική πίεση στη διαχωριστική επιφένεια νερού – υγρού (1)

γ. Τοποθετούμε ένα μικρό και αβαρές έμβολο στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού (1) (σημείο Γ) και το μετακινούμε πολύ αργά προς τα κάτω κατά d_1, οπότε μετακινούνται και τα δύο υγρά, μέχρι η ελεύθερη επιφάνεια του νερού να φτάσει στο χείλος του αριστερού σκέλους. Στη συνέχεια ταπώνουμε αεροστεγώς το αριστερό σκέλος, χωρίς να εγκλωβιστεί αέρας και αφήνουμε ελεύθερο το έμβολο, οπότε αυτό παραμένει στη θέση του. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τάπα από το νερό.

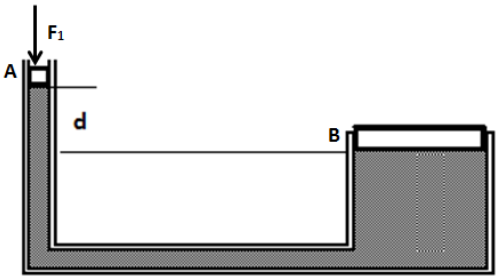
Δίνονται η πυκνότητα του νερού $\rho=1000kg/m^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5Pa$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$

Απ: α. $5000/3kg/m^3$, β. 2500Pa, γ. 195N

Εφαρμογή 5η

Υδραυλικός ανυψωτήρας

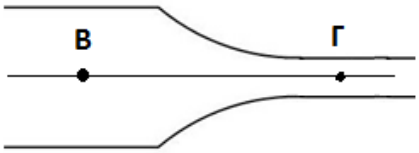
Τα κυλινδρικά δοχεία του σχήματος φράσσονται με έμβολα Α και Β εμβαβού διατομής $A_1=4\cdot10^{-3}m^2$ και $A_2=0,4m^2$ αντίστοιχα. Το βάρος του εμβόλου Α θεωρείται αμελητέο ενώ του Β είναι $w_B=4960N$ και το περιεχόμενο υγρό έχει πυκνότητα $\rho=0,88kg/L$. Στη θέση όπου τα έμβολα ισορροπούν η κάτω βάση του εμβόλου Β βρίσκεται σε απόσταση d=50cm χαμηλότερα από τη βάση του εμβόλου Α, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης F_1 που πρέπει να ασκούμε στο έμβολο Α για να υπάρχει ισορροπία των δύο εμβόλων.
β. Αυξάνοντας τη δύναμη F_1 που ασκείται στο έμβολο Α αυτό κατεβαίνει κατά d_1, ενώ το έμβολο Β ανυψώνεται κατά d_2=5cm. Να υπολογίσετε την απόσταση d_1.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_2 που πρέπει να ασκήσουμε στο έμβολο Α, για να υπάρχει ισορροπία και η κάτω βάση του εμβόλου Β να βρίσκεται 50cm ψηλότερα από τη βάση του εμβόλου Α.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α. 32N, β. 5m, γ. 67,2N

Εφαρμογή 6η
Παροχή

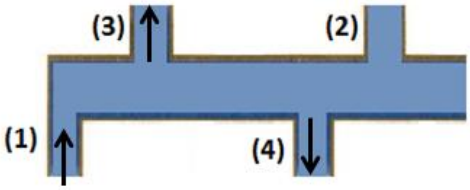
Στο σχήμα φαίνεται ένας οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας μεταβλητής διατομής που διαρρέεται από υγρό πυκνότητας $\rho=800kg/m^3$. Η παροχή του σωλήνα στο σημείο Β είναι χρονικά σταθερή και ίση με 6L/min, ενώ το εμβαδόν διατομής του σωλήνα στο σημείο Γ είναι ίση με $A_2=20cm^2$. Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της ταχύτηταςς του ρευστού στο σημείο Γ
β. τη μάζα του ρευστού που διέρχεται από τη διατομή του σωλήνα στο σημείο Γ σε χρόνο t=2min
γ. την ακτίνα της διατομής του σωλήνα στο σημείο Β, αν το μέτρο της ταχύτητας του ρευστού στο σημείο αυτό είναι $\upsilon_B=1/\pi$ m/s
Απ: α. 0,05m/s, β. 9,6kg, γ. 0,01m

Εφαρμογή 6η
Εξίσωση της συνέχειας 1

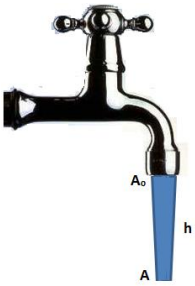
Ο σωλήνας του σχήματος έχει εμβαδόν διατομής $A_1=20cm^2$ στην περιοχή (1), ενώ το ρευστό εισέρχεται από την περιοχή αυτή με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1=0,4m/s$. Η παροχή στην περιοχή (3) ισούται με $\Pi_3=2\cdot10^{-4}$ m^3/s, ενώ από την περιοχή (4) εξέρχονται 0,3L ρευστού κάθε δευτερόλεπτο. Αν το εμβαδόν διατομής στην περιοχή (2) του σωλήνα ισούται με $A_2=30cm^2$, να υπολογίσετε:



α. την παροχή του σωλήνα στην περιοχή (2)
β. το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας του ρευστού στην περιοχή (2)
Να θεωρήσετε ότι το ρευστό είναι ιδανικό
Απ: α. $3\cdot10^{-4}m^3/s$, β. 0,1m/s εξέρχεται

Εφαρμογή 8η
Εξίσωση της συνέχειας 2

Καθώς το νερό πέφτει από μία βρύση η ταχύτητά του αυξάνεται. Το εμβαδόν της διατομής στη στάθμη Αο είναι 1,2 cm² και στην στάθμη Α είναι 0,4 cm². Η απόσταση h μεταξύ των Αο και Α είναι 64 mm. Να υπολογίσετε:



α. την ταχύτητα του νερού στο επίπεδο Αο;
β. την παροχή του νερού από την βρύση ;
γ. σε πόσο χρόνο θα γεμίσει δοχείο όγκου 480 ml .
Απ: α. υ_o = 0,4 m / s β. Π = $4,8\cdot10^{-5}$ m³ / s, γ. 10s

Εφαρμογή 9η
Εξίσωση της συνέχειας 3

Ένα λάστιχο ποτίσματος εσωτερικής διατομής D = 2 cm συνδέεται με ένα ραντιστήρι που αποτελείται απλώς από ένα κλειστό περίβλημα με 40 τρύπες, η καθεμιά διαμέτρου δ = 0,1 cm. Αν το νερό στο λάστιχο έχει ταχύτητα 1,2 m/s, με ποια ταχύτητα φεύγει το νερό από τις τρύπες του ραντιστηριού .
Απ: $υ_{οπής}$ = 12 m / s .

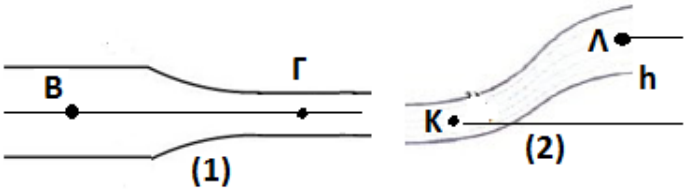
Εφαρμογή 10η
Εξίσωση της συνέχειας 4

Σωλήνας παροχής φυσικού αερίου έχει στην αρχή της εγκατάστασης διάμετρο 10 mm και στην είσοδο του σπιτιού διάμετρο 5 mm. Αν η ταχύτητα εισαγωγής του αερίου στην οικιακή εγκατάσταση είναι $υ_2$ = 25 m/s.

Να βρεθούν :
α. Πόση είναι η ταχύτητα εκροής από την παραγωγή;
β. Πόση είναι η παροχή του φυσικού αερίου;
γ. Σε πόσο χρόνο η κατανάλωση φτάνει το 1 m³ .
Θεωρούμε το φυσικό αέριο ιδανικό ρευστό .
Απ: α. $υ_1$ = 6,25 m/s, β. Π = 490,625·10^{-6} m³ /s, γ. t ≅ 34 min .

Εφαρμογή 11η
Εξίσωση Bernoulli 1

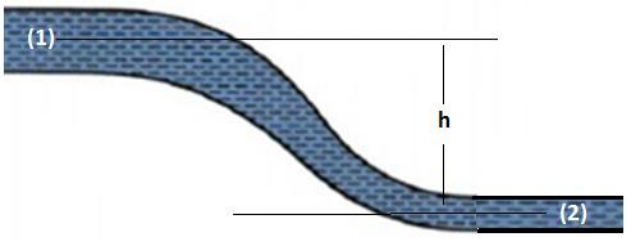
Οι σωλήνες (1) και (2) του σχήματος διαρρέονται από το ίδιο ρευστό που έχει πυκνότητα ρ=1200kg/m^3. Ο σωλήνα ς(1) είναι οριζόντιος και και το μέτρο της ταχύτητας του ρευστού στα σημεία Β και Γ ικανοποιεί τη σχέση $υ_Γ$=3$υ_B$=3m/s, ενώ στα σημεία Κ και Λ του σωλήνα (2), που βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και απέχουν κατακόρυφη απόσταση h=0,5m, η ταχύτητα του ρευστού έχει το ίδιο μέτρο. Να υπολογίσετε τις διαφορές πίεσης:



α. $p_B - p_Γ$, β. $p_K - p_Λ$
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2 και τα σημεία Κ και Λ βρίσκονται στην ίδια ρευματική γραμμή
Απ: α. 4,8kPa, β. 6kPa

Εφαρμογή 12η
Εξίσωση Bernoulli 2

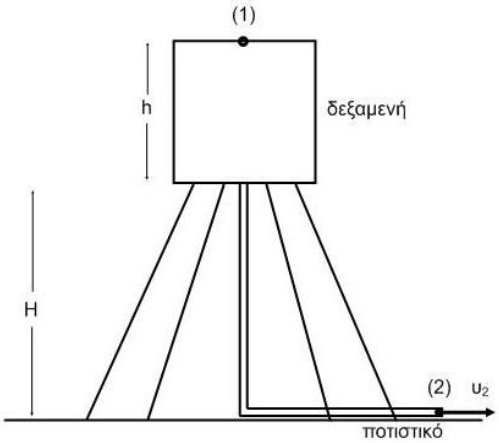
Ο εύκαμπτος σωλήνας του σχήματος έχει μεταβλητή διατομή και στο εσωτερικό του ρέει ιδανικό υγρό πυκνότητας ρ=800kg/m^3. Στο σημείο (1) ο σωλήνας είναι κυλινδρικός και έχει ακτίνα r_1=5cm, ενώ στο σημείο (2) επίσης κυλινδρικός με ακτίνα r_2=4cm. Τα σημεία (1) και (2) βρίσκονται στην ίδια ρευματική γραμμή και απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση h=20cm. Ο σωλήνας έχει σταθερή παροχή και με τη βοήθειά του γεμίζουμε ένα δοχείο όγκου V=120π L σε χρονική διάρκεια t=1min.



α. Να υπολογίσετε την πίεση του υγρού στο σημείο (2) αν η πίεση του υγρού στο σημείο (1) είναι p_1=4kPa.
β. Ισιώνουμε το σωλήνα ανεβάζοντας το σημείο (2) στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το σημείο (1), χωρίς αλλαγή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών. Αν η παροχή του σωλήνα διπλασιαστεί σε σχέση με την αρχική και τα σημεία (1) και (2) βρίσκονται στην ίδια ρευματική γραμμή, να υπολογίσετε τη διαφορά πίεσης $p_1 - p_2$ μεταξύ των σημείων (1) και (2)
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α. 5231 Pa, β. 1476 Pa

Εφαρμογή 13η
Εξίσωση Bernoulli 3

Μια κυλινδρική δεξαμενή ακτίνας R=6m και ύψους h=5m είναι γεμάτη με νερό, βρίσκεται στην κορυφή ενός πύργου ύψους H= 40 m και χρησιμοποιείται για το πότισμα ενός χωραφιού.
α. Ποια η παροχή του νερού από ένα ποτιστικό διαμέτρου 2cm που βρίσκεται στο έδαφος του χωραφιού;
β. Αν θεωρήσουμε ότι η παροχή παραμένει σταθερή , μετά από πόση ώρα θα χρειαστεί η δεξαμενή και πάλι γέμισμα;
Απ: α. $\Pi_2 = 3\cdot\pi\cdot10^{-3}$ m³ /s, β. t = 60.000 s ή 16 h και 40 min

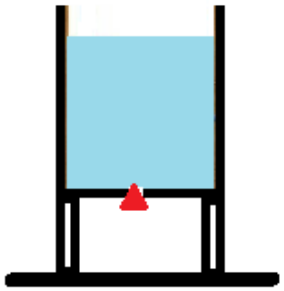


Εφαρμογή 14η
Εξίσωση Bernoulli 4

Ένα λάστιχο με εσωτερική κυκλική διατομή ακτίνας 0,6 cm, συνδέεται με βρύση στο ισόγειο και μεταφέρει το νερό στην ταράτσα κτηρίου ύψους 10 m. Αν το στόμιο εκροής είναι κυκλικό και έχει ακτίνα 0,15 cm, ενώ η ταχύτητα με την οποία εκτοξεύεται το νερό είναι 8 m/s, να υπολογιστούν:
α. Η ταχύτητα του νερού στο λάστιχο,
β. Η πίεση του νερού στη θέση του στομίου της βρύσης .
Η ροή να θεωρηθεί χωρίς τριβές , επίσης δίνονται: g = 10 m /s² , ρ = 10^3 kg / m³ και $P_{at} = 10^5$ Pα .
Απ: α. υ_1 = 0,5 m / s, β. $P_1 = 2,32\cdot10^5$

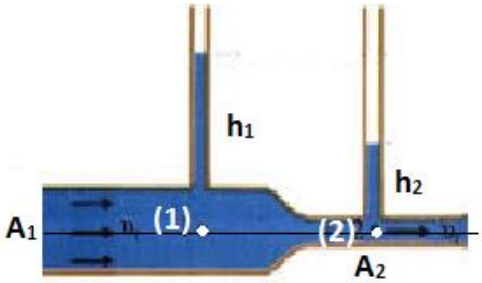
Εφαρμογή 15η
Εξίσωση Bernoulli 5 (επιφάνεια εκροής συγκρίσιμη με την ελεύθερη επιφάνεια)

Στη βάση κυλινδρικού δοχείου με διατομή Ao υπάρχει μία κλειστή τρύπα διατομής A1. Το ύψος του νερού στο δοχείο είναι H=5m. Ανοίγουμε την ρύπα. Να υπολογίσετε την ταχύτητα εκροής του νερού τη χρονική στιγμή που ανοίγουμε την τρύπα στις περιπτώσεις που: α. $A_1=A_o/100$ και β. $A_1=A_o/2$
Απ: α. 10m/s, β. $20\sqrt{3}/3$ m/s



Εφαρμογή 16η
Εξίσωση Bernoulli 6 (ροόμετρο Venturi)

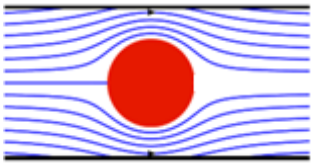
Ο οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας του σχήματος διαρρέεται από υγρό πυκνότητας ρ=1200kg/m³. Η ακτίνα του σωλήνα στο σημείο (2) είναι r_2=0,05m και το εμβαδόν διατομής του σωλήνα στο σημείο (1) είναι διπλάσιο από το εμβαδόν



διατομής στο σημείο (2) ($A_1=2A_2$). Η παροχή του σωλήνα είναι χρονικά σταθερή. Δίνονται $h_1=0,4m$, $h_2=0,25m$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, καθώς και η ατμοσφαιρική πίεση $P_{atm}=10^5Pa$. Να υπολογίσετε:
α. την πίεση του υγρού στα σημεία (1) και (2)
β. το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στο σημείο (2)
γ. την παροχή του σωλήνα
Απ: α. 104800Pa, 103000Pa β. 2m/s, γ. $5\pi\cdot10^{-3}m^3/s$

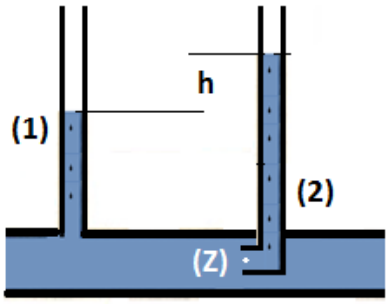
Εφαρμογή 17η
Ακίνητο εμπόδιο μέσα σε ρευστό 1

Μέσα σε σωλήνα διατομής $A_1=20cm^2$ όπου ρέει νερό με ταχύτητα $\upsilon_1=4m/s$, τοποθετούμε ακίνητο σφαιρικό αντικείμενο διατομής $A_2=4cm^2$. Να υπολογίσετε:



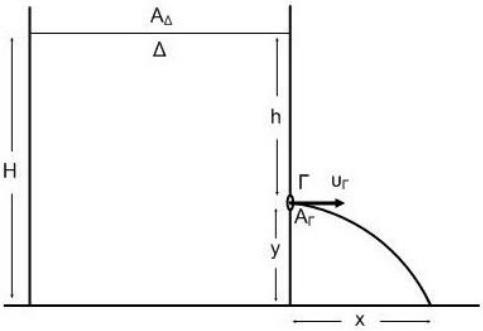
α. την ταχύτητα υ_2 του νερού που ρέει ανάμεσα στο αντικείμενο και στα τοιχώματα του σωλήνα
β. τη διαφορά πίεσης μεταξύ ενός σημείου γύρω από το σφαιρικό αντικείμενο και ενός σημείου του νερού του σωλήνα μακριά από το αντικείμενο
Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3kg/m^3$
Απ: α. 5m/s, β. $-4,5\cdot10^3Pa$

Εφαρμογή 18η
Ακίνητο εμπόδιο σε ρευστό 2



Στο σχήμα φαίνεται ένας οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας εμβαδού διατομής $A=50cm^2$, στον οποίο έχουμε προσαρμόσει δύο κατακόρυφους, λεπτούς και ανοιχτούς σωλήνες (1) και (2). Στον οριζόντιο σωλήνα ρέει ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ με χρονικά σταθερή παροχή. Το κάτω άκρο του κατακόρυφου σωλήνα (2) έχει στραμένο το άνοιγμά του αντίθετα από τη ροή του ρευστού και τα υγρά στους δύο σωλήνες είναι ακίνητα, οπότε στο σημείο Ζ η ταχύτητα του ρευστούισπύται με μηδέν. Η υψομετρική διαφορά της στάθμης των δύο κατακόρυφων σωλήνων (1) και (2) ισούται με h=0,2m. Να υπολογίσετε την παροχή του οριζόντιου σωλήνα.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: $0,01m^3/s$

Εφαρμογή 19η
Θεώρημα Torricelli 1

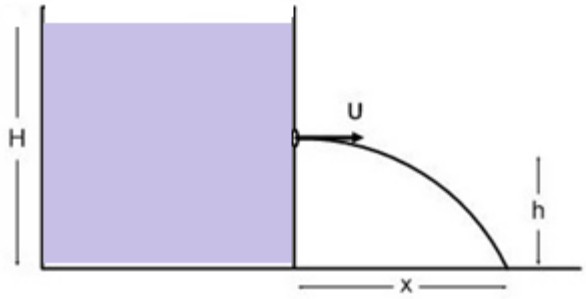


Η δεξαμενή νερού περιέχει νερό (πυκνότητας ρνερ) ύψους Η και έχει μια μικρή τρύπα σε βάθος h . Το νερό που βγαίνει από την τρύπα διαγράφει την παραβολή που φαίνεται στην εικόνα και συναντά το έδαφος σε απόσταση x .
Αν θεωρήσουμε το ύψος Η σταθερό, να βρείτε το βάθος h.
Δίνεται H = 5 m και x = 3 m .
h = 4,5 m ή h = 0,5 m .

Εφαρμογή 20η

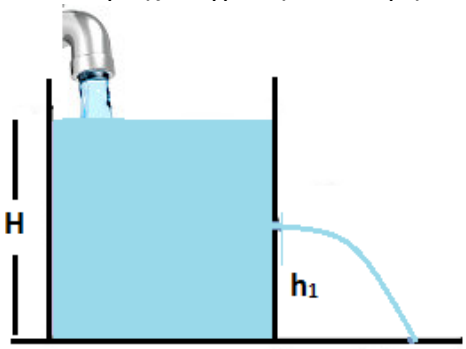
Θεώρημα Torricelli 2

Κυλινδρικό δοχείο περιέχει υγρό που θεωρείται ιδανικό, μέχρι ύψους Η.
Σε ποιο ύψος από το έδαφος πρέπει να ανοίξουμε μια τρύπα έτσι ώστε το υγρό που εκρέει να φτάσει στην μέγιστη δυνατή απόσταση από την κατακόρυφο που περνάει από την οπή ;
Απ: h = H / 2 .



Εφαρμογή 21η
Θεώρημα Torricelli 3

Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο και περιέχει υγρό, η ελεύθερη επιφάνεια του οποίου βρίσκεται σε ύψος H=1m από τη βάση του δοχείου, σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα. Στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου ανοίγουμε μία τρύπα σε ύψος h_1=0,8m από τη βάση του, οπότε το υγρό εξέρχεται από την τρύπα ενώ με ένα σωλήνα αναπληρώνουμε κάθε στιγμή το νερό που εξέρχεται ώστε η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού να παραμένει στο ίδιο αρχικό ύψος.



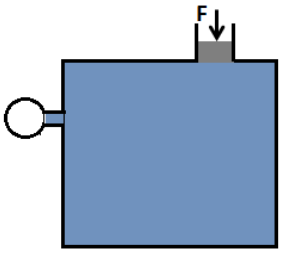
α. Να υπολογίσετε το βεληνεκές της φλέβας του υγρού που εξέρχεται από την τρύπα
β. Να αποδείξετε ότι το υγρό φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα που το μέτρο της είναι ανεξάρτητο από το ύψος h_1.
γ. Ανοίγουμε και δεύτερη τρύπα στο πλευρικό τοίχωμα, στην ίδια κατακόρυφη με την πρώτη τρύπα, και παρατηρούμε ότι οι δύο φλέβες φτάνουν στο έδαφος στο ίδιο σημείο (το υγρό συνεχίζει να αναπληρώνεται όπως προηγουμένως). Να υπολογίσετε το ύψος h_2 ($h_2 \neq h_1$) της δεύτερης τρύπας από το έδαφος
δ. Κλείνουμε και τις δύο τρύπες. Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος h πρέπει να ανοίξουμε μία νέα τρύπα, ώστε το βεληνεκές να είναι το μέγιστο δυνατό.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2.
Απ: α. 0,8m, β.υ=$\sqrt{2gH}$, γ. 0,2m, δ. 0,5m

Ερωτήσεις με αιτιολόγηση

1. Στήλη νερού h_1 ασκεί την ίδια υδροστατική πίεση με στήλη υδραργύρου ύψους h_2=75cm. Αν η πυκνότητα του νερού είναι $\rho_1=10^3 kg/m^3$ και του υδραργύρου $\rho_2=13,6\cdot10^3 kg/m^3$, τότε το υψος h_1 είναι:

α. 9,8m β. 10m γ. 10,2m

2. Το κλειστό κυβικό δοχείο του σχήματος ακμής α περιέχει υγρό, ενώ το αβαρές έμβολο ασκείται εξωτερική δύναμη F. Το μανόμετρο βρίσκεται σε απόσταση α/3 από την πάνω βάση του δοχείου και μετρά την ολική πίεση. Όταν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας της Γης, τότε η ένδειξη του μανομέτρου είναι p_1, ενώ όταν βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας της Γης και στο κενό, η ένδειξη είναι $p_2=1,2p_1$. Η πίεση του υγρού στην κάτω βάση του δοχείου όταν αυτό βρίσκεται εντός του πεδίου βαρύτητας της Γης είναι ίσο με:

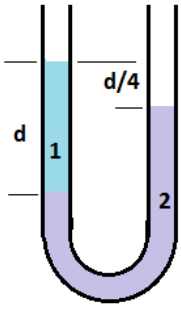


α. $1,3p_1$ β. $1,4p_1$ γ. $1,6p_1$

3. Ένα ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο περιέχει υγρό (1) πυκνότητας ρ_1 και η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού βρίσκεται σε ύψος h από τη βάση του δοχείου, σε επαφή με τον αέρα. Η πίεση στη βάση του δοχείου ισούται με p_1, ενώ η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με $0,8p_1$. Αδειάζουμε το δοχείο από το υγρό (1) και στη συνέχεια το γεμίζουμε μέχρι το ίδιο ύψος με υγρό (2) πυκνότητας ρ_2, οπότε η πίεση στη βάση του δοχείου γίνεται $p_2=1,5p_1$. Οι πυκνότητες ρ_1 και ρ_2 ικανοποιούν τη σχέση:

α. $\rho_2=1,5\rho_1$ β. $\rho_2=3,5\rho_1$ γ. $\rho_2=4\rho_1$

4. Ο κυλινδρικός σωλήνας του σχήματος περιέχει δύο υγρά (1) και (2) που δεν αναμειγνύονται και τα οποία έχχουν πυκνότητες ρ_1 και ρ_2 αντίστοιχα με λόγο $\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{3}{4}$. Μία χρονική στιγμή t_1 το ύψος της στήλης του υγρού (1) είναι ίσο με d και η ελέυθερη επιφάνεια των υγρών στα δύο σκέλη του σωλήνα εμφανίζει υψομετρική διαφορά ίση με d/4. Τη χρονική στιγμή t_1 η στήλη των υγρών:

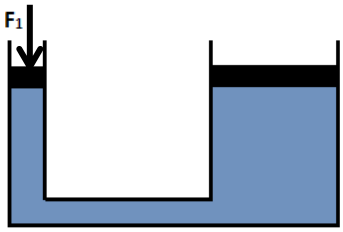


α. ρέει από το αριστερό σκέλος του σωλήνα προς το δεξιό

β. ρέει από το δεξιό σκέλος του σωλήνα προς το αριστερό

γ. ισορροπεί

5. Στον υδραυλικό ανυψωτήρα του σχήματος ισχύει $A_2=9A_1$ και στην επιφάνεια A_1 ασκείται κατακόρυφη δύναμη F_1=10N προς τα κάτω.



1. Στην επιφάνεια A_2 ασκείται κατακόρυφη δύναμη προς τα πάνω μέτρου:

α. 30N β. 90N γ. 160N

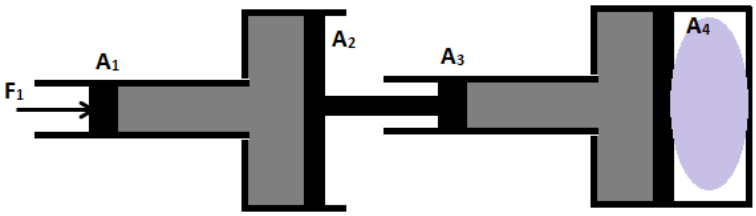
2. Το στοιχειώδες έργο της δύναμης F_1 είναι:

α. ίσο με το στοιχειώδες έργο της F_2

β. μεγαλύτερο από το στοιχειώδες έργο της F_2

γ. μικρότερο από το στοιχειώδες έργο της F_2

6. Μία μπάλα από βαμβάκι συμπιέζεται με τη βοήθεια του υδραυλικού πιεστηρίου του σχήματος, για το οποίο $A_1=2cm^2$, $A_2=10cm^2$, $A_3=2cm^2$ και $A_4=10cm^2$. Αν η δύναμη που ασκούμε είναι F_1=100N, τότε η μπάλα δέχεται δύναμη:



α. 500N β. 2500N γ. 10.000N

7. Ένα υγρό ρέει σε κυλινδριό σωλήνα ακτίνας r_1 με ταχύτητα υ_1. Λόγω στένωσης του σωλήνα το υγρό περιορίζεται σε σωλήνα ακτίνας $r_2=r_1/3$. Η ταχύτητα του υγρού στη στένωση γίνεται:

α. $υ_2=3υ_1$ β. $υ_2=9υ_1$ γ. $υ_2=27υ_1$

8. Κυλινδρικός σωλήνας ακτίνας διατομής r διαρρέεται από νερό με ταχύτητα ροής υ. Ο σωλήνας διακλαδίζεται σε τεεις όμοιους σωλήνες ακτίνας διατομής r΄=r/3 ο καθένας. Η ταχύτητα $υ_1$ του νερού στον καθένα από τους μικρούς σωλήνες είναι:
α. $υ_1=3υ$ β. $υ_1=υ/3$ γ. $υ_1=υ$

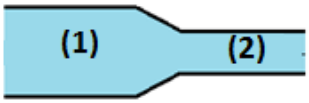
9. Ένα μοτεράκι άντλησης νερού βρ'ισκεται στο επίπεδο της επιφάνειας μιας λίμνης. Το νερό διοχετεύεται σε οριζόντιο σωλήνα εμβαδού διατομής Α, που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με την επιφάνεια της λίμνης. Αν ταχύτητα με την οποία κινείται το νερό στο σωλήνα έχει μέτρο υ, τότε η ισχύς που προσφέρει το μοτεράκι είναι:
α. $P=\frac{1}{2}ρ_vAυ^3$ β. $P=ρ_vAυ^2$ γ. $P==\frac{1}{2}ρ_vAυ^2$

10. Κρατάμε ένα λάστιχο σε οριζόντια θέση, σε ύψος h πάνω από το έδαφος, στο εσωτερικό του οποίου ρέει νερό με σταθερή παροχή. Το νερό εξέρχεται από το λάστιχο και πέφτει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση d από την άκρη του λάστιχου. Αν κλείσουμε με το δάχτυλό μας την άκρη του λάστιχου, μειώνοντας το εμβαδόν του ανοίγματος στο μισό, τότε το νερό πέφτει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση ίση με:
α. d β. 2d γ. d/2

11. Νερό ανεβαίνει από το υπόγειο στον πρώτο όροφο μέσα από σωλήνες σταθερής διατομής. Η πίεση του νερού στον πρώτο όροφο είναι:
α. ίση με την πίεση του νερού στο υπόγειο
β. μικρότερη από την πίεση του νερού στο υπόγειο
γ. μεγαλύτερη από την πίεση του νερού στο υπόγειο

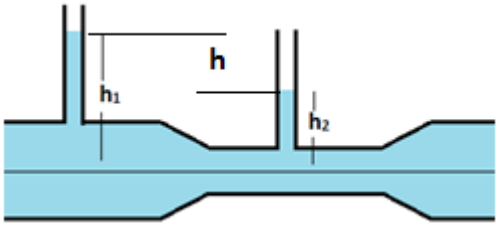
12. Ένα σιντριβάνι «πετάει» νερό σε ύψος h πάνω από τη βάση του. Αν η διατομή της φλέβας του νερού στη βάση του σιντριβανιού έχει εμβαδόν ίσο με Α, τότε το εμβαδόν διατομής της φλέβας σε ύψος h/2 είναι ίσο με:
α. 2A β. $A\sqrt{2}$ γ. A/2

13. Στο σχήμα φαίνεται το κομμάτι οριζόντιου σωλήνα για τον οποίο οι διατομές έχουν σχέση $A_2=A_1/3$. Στο σωλήνα έχουμε ροή ιδανικού υγρού πυκνότητας ρ με σταθερή παροχή. Αν το ρευστό στο τμήμα (1) ρέει με ταχύτητα υ, τότε η διαφορά των πιέσεων p_1 και p_2 στα τμήματα (1) και (2) είναι:



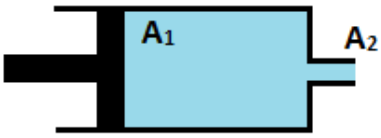
α. $p_1 - p_2=4ρυ^2$ β. $p_1 - p_2=ρυ^2$ γ. $p_1-p_2= - 4ρυ^2$

14. Στο σχήμα φαίνεται μια διάταξη που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ταχύτητας ροής σε ένα σωλήνα. Στα σημεία (1) και (2) τα εμβαδά διατομής A_1 και A_2 αντίστοιχα έχουν λόγο $A_1/A_2=2$. Το υγρό είναι ιδανικό. Αν η υψομετρική διαφορά της ελέυθερης επιφάνειας του υγρού στους κατακόρυφους σωλήνες είναι h και η επιτάχυνση της βαρύτητας g, τότε η ταχύτητα ροής στην περιοχή (2) είναι ίση με:



α. $υ_2=\sqrt{2gh}$ β. $υ_2=\sqrt{\frac{8gh}{3}}$ γ. $υ_2=\sqrt{\frac{2gh}{3}}$

15. Μία σύριγγα είναι οριζόντια και περιέχει φαρμακευτικό ορό πυκνότητας ρ. Αν ασκήσουμε δύναμη μέτρου F στο κινητό έμβολο δοατομής A_1, ο ορός εξέρχεται από το ακροφύσιο διατομής A_2 με



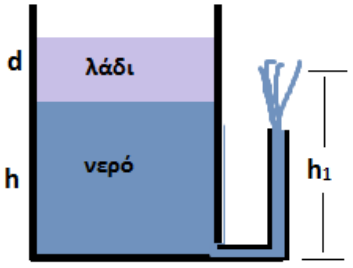
ταχύτητα υ. Αν στο κινητό έμβολο ασκήσουμε δύναμη 2F, τότε η ταχύτητα υ΄με την οποία εξέρχεται ο ορός είναι:

α. $υ' = 2υ$ β. $υ' = υ\sqrt{2}$ γ. $υ' = 4υ$

16. Ένα ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο είναι τοποθετημένο σε οριζόντιο έδαφος και περιέχει νερό. Η ελέυθερη επιφάνεια του νερού είναι σε ύψος h από τη βάση του δοχείου. Στο πλευρικό τοίχωμα και στην ίδια κατακόρυφη ανοίγουμε δύο μικρέςι τρύπες σε ύψη $h_1=h/4$ και $h_2=3h/4$ από τη βάση του δοχείου. Ανοίγουμε ταυτόχρονα τις τρύπες οπότε το νερό εξέρχεται και οι φλέβες του νερού χτυπούν αρχικά στο έδαφοςσε σημεία που απέχουν αποστάσεις x_1 και x_2 αντίστοιχα από τη βάση του δοχείου. Για τις αποστάσεις x_1 και x_2 ισχύουν:

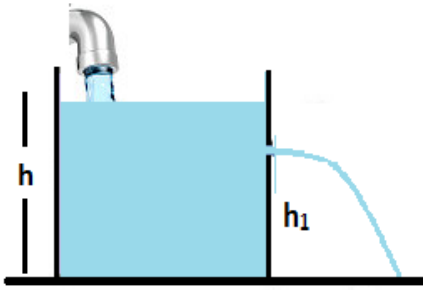
α. $x_2 = x_1$ β. $x_2 = 3x_1$ γ. $x_2 = x_1\sqrt{3}$

17. Ένα κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό πυκνότητας $ρ_ν$ και λάδι πυκνότητας $ρ_λ$ που θεωρούνται ιδανικά ρευστά. Το ύψος στήλης του νερού και το λαδιού αντίστοιχα είναι h και d. Στον πυθμένα του δοχείου είναι προσαρμοσμένος μικρός λεπτός σωλήνας μέσω του οποίου δημιουργείται πίδακς ύψους h_1 όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέγιστο ύψος h_1 στο οποίο φτάνει ο πίδακς είναι:



α. $h_1 = h + d$ β. $h_1 < h + d$ γ. $h_1 > h + d$

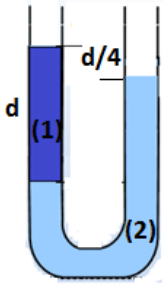
18. Ένα ανοιχτό δοχείο είναι τοποθετημένο στο έδαφος και περιέχει νερό μέχρι ύψους h πάνω από τη βάση του. Στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου και σε ύψος $h_1=3h/4$ πάνω από τη βάση του υπάρχει τρύπα εμβαδού διατομής Α, που είναι πολύ μικρότερη από το εμβαδόν της βάσης του δοχείου. Μία βρύση με σταθερή παροχή ρίχνει νερό στο δοχείο, ώστε να διατηρείται σταθερό το ύψος της στήλης του νερού /οπ[ως φαίνεται στο σχήμα.



Η παροχή της βρύσης είναι:

α. $A\sqrt{2gh}$ β. $A\sqrt{\frac{gh}{2}}$ γ. $A\sqrt{\frac{3gh}{2}}$

19. Ο κυλινδρικός σωλήνας του σχήματος περιέχει δύο υγρά (1) και (2) που δεν αναμειγνύονται και έχουν πυκνότητες $ρ_1$ και $ρ_2$ αντίστοιχα με $ρ_1/ρ_2=3/4$. Μία χρονική στιγμή t_1το ύψος της στήλης του υγρού (1) είναι ίσο με dκαι η ελεύθερη επιφάνεια των υγρών στα δύο σκέλη του σωλήνα εμφανίζουν υψομετρική διαφορά ίση με d/4, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή t_1 η στήλη των υγρών:

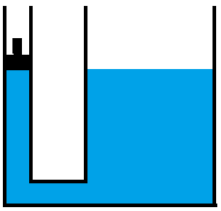


α. ρέει από το αριστερό προς το δεξιό σκέλος του σωλήνα

β. ρέει από το δεξιό προς το αριστερό σκέλος του σωλήνα

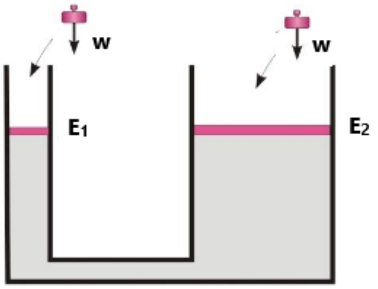
γ. ισορροπεί

20. Το δοχείο του σχήματος αποτελείται από δύο σκέλη με διατομές που συνδέονται με τη σχέση $A_2=4A_1$ και περιέχει νερό πυκνότητας ρ. Στο σκέλος με διατομή A_1 προσαρμόζουμε έμβολο και ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο έμβολο υποχρεώνουμε την ελεύθερη στάθμη στο σωλήνα διατομής A_2 να ανέλθει κατά h_2πάνω από την αρχική θέση. Η πίεση που προκαλείται από το υγρό στο έμβολο είναι:



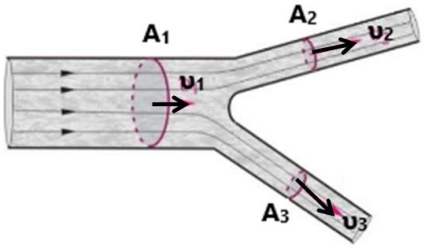
α. $P=P_{atm} + 5ρgh_2$ β. $P=P_{atm} + 4ρgh_2$ γ. $P=P_{atm} + ρgh_2$

21. Στον υδραυλικό ανυψωτήρα του σχήματος τα αβαρή έμβολα E_1, E_2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο σε ισορροπία και μπορούν να μετακινούνται στους κατακόρυφους σωλήνες χωρίς τριβές. Τοποθετούμε ταυτόχρονα πάνω στα έμβολα δύο σώματα ίδιου βάρους w.



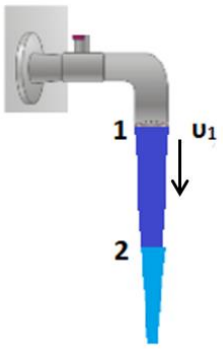
α. Τα έμβολα δεν θα κινηθούν.
β.Το έμβολο E_1 θα κινηθεί προς τα κάτω και το E_2 προς τα πάνω.
γ. Το έμβολο E_1 θα κινηθεί προς τα πάνω και το E_2 προς τα κάτω.

22. Ο οριζόντιος σωλήνας του διπλανού σχήματος εμβαδού διατομής A_1 διακλαδίζεται σε δύο οριζόντιους σωλήνες με ίσα εμβαδά διατομής $A_2=A_3=A_1/4$. Οι δύο σωλήνες μικρής διατομής έχουν την ίδια παροχή. Το ιδανικό ρευστό ρέει στην περιοχή του σωλήνα μεγάλης διατομής με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1=5m/s$. Στην περιοχή των σωλήνων μικρής διατομής το μέτρο της ταχύτητας του ρευστού είναι



α. $\upsilon_2= \upsilon_3=2,5$ m/s.
β. $\upsilon_2= \upsilon_3=5$ m/s.
γ. $\upsilon_2= \upsilon_3=10$ m/s

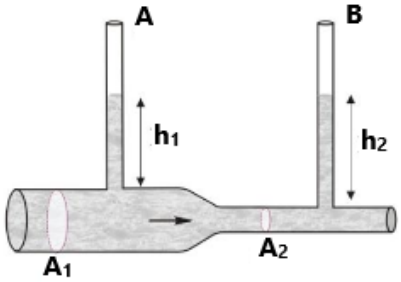
23. Από τη βρύση του σχήματος που έχει εσωτερική διατομή εμβαδού Α (σημείο 1) εξέρχεται νερό με ταχύτητα υ_1. Στο σημείο 2 το εμβαδόν διατομής της στήλης του νερού έχει μειωθεί στο μισό. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας στην περιοχή είναι g, ο όγκος της στήλης του νερού που υπάρχει κάτω από τη βρύση μεταξύ των σημείων 1 και 2 είναι



α. $\Delta V = \frac{A\upsilon_1^2}{g}$
β. $\Delta V = \frac{A\upsilon_1^2}{2g}$
γ. $\Delta V = \frac{2A\upsilon_1^2}{g}$

24. Σε μια μάζα ρευστού που ρέει σε σωλήνα, προσφέρεται από το περιβάλλον ρευστό ενέργεια 50J ανά μονάδα όγκου και η κινητική ενέργεια του ρευστού αυξάνεται κατά 70J ανά μονάδα όγκου. Κατά μήκος της ροής ο σωλήνας
α. στενεύει και κατέρχεται.
β. στενεύει και ανέρχεται.
γ. φαρδαίνει και κατέρχεται.

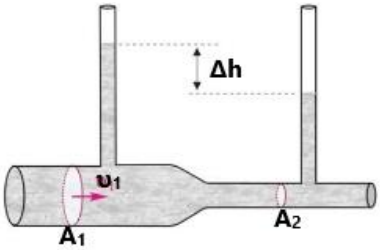
25. Ο οριζόντιος αγωγός του σχήματος με διατομή επιφάνειας A_1 σχηματίζει στένωση με διατομή επιφάνειας A_2. Οι κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες Α και Β συνδέονται στον κύριο αγωγό και στο στένωμα και είναι ανοικτοί στο πάνω μέρος τους. Το νερό ρέει στον αγωγό από τα αριστερά προς τα δεξιά. Για τα ύψη h_1 και h_2 του νερού στους κατακόρυφους σωλήνες ισχύει



α. $h_1 = h_2$.
β. $h_1 > h_2$.
γ. $h_1 < h_2$.

26. Ο οριζόντιος αγωγός του σχήματος με διατομή επιφάνειας A_1 σχηματίζει στένωση με διατομή επιφάνειας A_2 όπου $A_1=2A_2$. Δύο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες που είναι ανοικτοί στο πάνω μέρος

τους συνδέονται στον κύριο αγωγό και στο στένωμα. Ένα ιδανικό υγρό ρέει στον αγωγό από τα αριστερά προς τα δεξιά και οι δύο ελεύθερες επιφάνειες του υγρού στους δύο κατακόρυφους σωλήνες απέχουν μεταξύ τους Δh. Το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στην περιοχή διατομής εμβαδού A_1 είναι $υ_1$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην περιοχή είναι g. Η ταχύτητα $υ_1$ και η κατακόρυφη απόσταση Δh συνδέονται με τη σχέση

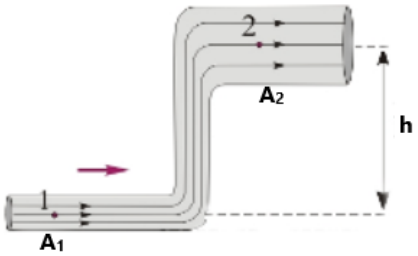


α. $υ_1 = \sqrt{2gΔh}$

β. $υ_1 = \sqrt{\frac{2gΔh}{3}}$

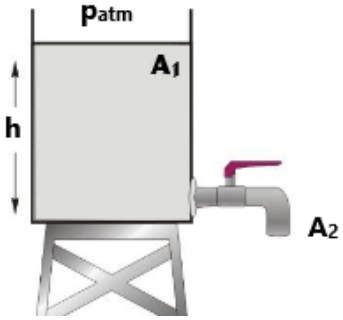
γ. $υ_1 = \sqrt{\frac{gΔh}{3}}$

27. Ο σωλήνας του σχήματος αποτελείται από δύο οριζόντια τμήματα και ένα κατακόρυφο. Το κάτω οριζόντιο τμήμα έχει εμβαδόν κάθετης διατομής A_1 και το πάνω τμήμα $A_2=2A_1$. Τα δύο οριζόντια τμήματα απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφα κατά h. Ένα ιδανικό υγρό ρέει από τα αριστερά προς τα δεξιά. Η ταχύτητα του υγρού στο κάτω τμήμα είναι $υ_1$, ενώ οι πιέσεις στο κάτω και πάνω τμήμα είναι ίδιες. Η υψομετρική διαφορά h ανάμεσα στα δύο οριζόντια τμήματα του σωλήνα και η ταχύτητα $υ_1$ συνδέονται με τη σχέση



α. $h=\frac{3υ_1^2}{8g}$ β. $h = \frac{υ_1^2}{2g}$ γ. $h = \frac{3υ_1^2}{2g}$

28. Το δοχείο του σχήματος με εμβαδόν βάσης A_1 περιέχει νερό ύψους h. Στο πλευρικό τοίχωμα και κοντά στον πυθμένα υπάρχει βρύση με οπή εμβαδού διατομής A_2.Η σχέση ανάμεσα στα εμβαδά των διατομών είναι $A_1=5A_2$ και η επιτάχυνση της βαρύτηταςστην περιοχή είναι g. Τη χρονική στιγμή t=0 που ανοίγουμε τη βρύση, το νερό εξέρχεται από αυτήν με ταχύτητα $υ_2$ της οποίας το μέτρο είναι



α. $υ_2 = \sqrt{2gh}$

β. $υ_2 = \sqrt{\frac{25gh}{12}}$

γ. $υ_2 = \sqrt{2,4gh}$

29. Ένα ανοικτό κυλινδρικό δοχείο με μεγάλο εμβαδό βάσης ακουμπά σε οριζόντια επιφάνεια και περιέχει νερό. Στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου και στην ίδια κατακόρυφο ανοίγουμε δύο μικρές οπές σε βάθος h_1 και $h_2=4h_1$ αντίστοιχα από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Αν γνωρίζουμε ότι από τις οπές εξέρχεται ίσος όγκος νερού ανά δευτερόλεπτο, ο λόγος των εμβαδών των διατομών των οπών A_1/A_2 είναι

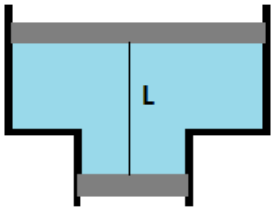
α. 1. β. 1/2. γ. 2

30. Ένα ανοικτό κυλινδρικό δοχείο με μεγάλο εμβαδό βάσης ακουμπά στο έδαφος και περιέχει νερό που η ελεύθερη επιφάνειά του απέχει Η από το έδαφος. Στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου ανοίγουμε μια μικρή οπή με εμβαδό διατομής A_o σε βάθος h από την ελεύθερη επιφάνεια το νερού. Το εμβαδόν Α της κάθετης διατομής της φλέβας νερού λίγο πριν αυτή κτυπήσει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση

α. $A=A_o\sqrt{\frac{h}{2H}}$ β. $A=A_o\sqrt{\frac{h}{H}}$ γ. $A=A_o\sqrt{\frac{2h}{H}}$

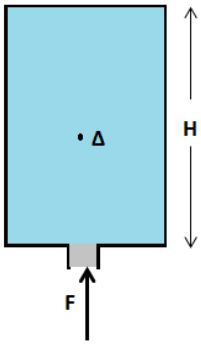
Ασκήσεις

1. Τα δύο αβαρή έμβολα του σχήματος με διατομές εμβαδού $A_1=20cm^2$ και $A_2=10cm^2$ μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές στο κατακόρυφο δοχείο. Τα έμβολα ισορροπούν συνδεδεμένα μετξύ τους με αβαρές νήμα μήκους L=1m, ενώ ανάμεσά τους υπάρχει νερό πυκνότητας $\rho=10^3kg/m^3$. Να υπολογίσετε:



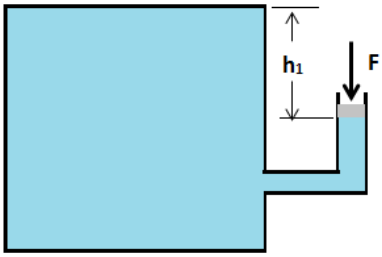
α. την τάση του νήματος
β. τις δυνάμεις που δέχονται τα έμβολα από τον αέρα και το νερό
Δίνονται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5Pa$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α. 20N, β. 1: 200N, 220N, 2: 100N, 120N

2. Το κλειστό δοχείο του σχήματος είναι γεμάτο με νερό πυκνότητας $\rho=10^3kg/m^3$ και κλείνεται στο κάτω μέρος του με αβαρές έμβολο εμβαδού $A_1=10cm^2$, στο οποίο ασκούμε δύναμη μέτρου F=200N κάθετα στην επιφάνεια. Να υπολογίσετε:



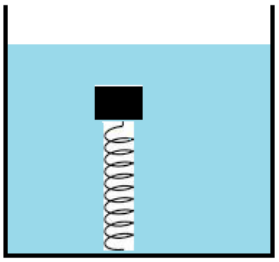
α. την πίεση σε σημείο Δ που απέχει από τη βάση του δοχείου απόσταση h=2m.
β. τη δύναμη που δέχεται η πάνω πλευρά του δοχείου αν το εμβαδόν της είναι $A_o=0,25m^2$ και το ύψος του H=5m
Δίνονται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5Pa$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. $2,8\cdot10^5N/m^2$, β. $6,25\cdot10^3N$

3. Στο σχήμα φαίνεται ένα κλειστό κυβικό δοχείο ακμής α=2m που περιέχει υγρό πυκνότητας $\rho=10^3kg/m^3$. Το λεπτό έμβολο έχει εμβαδόν $A_1=200cm^2$ και ισορροπεί σε κατακόρυφη απόσταση $h_1=0,8m$ από την πάνω βάση του δοχείου μες τη βοήθεια δύναμης μέτρου F=400N που ασκούμε κάθετα στην επιφάνειά του. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με $p_{atm}=10^5Pa$. Να υπολογίσετετο μέτρο της δύναμης που δέχεται από το υγρό;



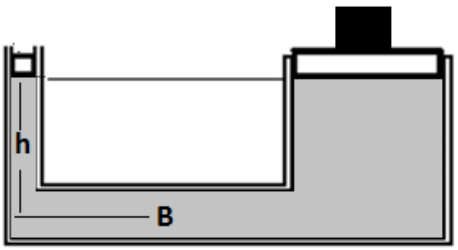
α. η πάνω έδρα του δοχείου
β. η κάτω έδρα του δοχείου
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. $4,48\cdot10^5N$, β. $5,28\cdot10^5N$

4. Στον πυθμένα ενός δοχείου είναι στερεωμένο κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=100N/m. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δέμενο κυλινδρικό σώμα μάζας m=4kg, ύψους H=10cm και εμβαδού βάσης $A=10cm^2$, ο οποίος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση.



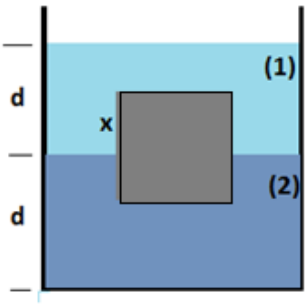
α. Πόση είναι η δύναμη που ασκεί το νερό στον κυλινδρικό; Εξαρτάται η δύναμη αυτή από το βάθος του δοχείου;
β. Πιέζουμε λίγο το σώμα κατακόρυφα και το αφήνουμε ελέυθερο. Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδό της
Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3N/m^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. 1N, β. 0,2π s

5. Στο σχήμα φαίνεται ένας υδραυλικός ανυψωτήρας ο οποίος περιέχει υγρό πυκνότητας $\rho=800kg/m^3$ και διαθέτει ένα πρωτεύον έμβολο εμβαδού $A_1=200cm^2$ και βάρους $w_1=10N$ και ένα δευτερεύον έμβολο εμβαδού $A_2=0,1cm^2$ και



βάρους w_2=100N. Πάνω στο δευτερεύον έμβολο βρίσκεται σώμα βάρους w=400N. Τα δύο έμβολα ισορροπούν με την κάτω επιφάνειά τους στο ίδιο ύψος και για να συμβαίνει αυτό ασκούμε στο πρωτεύον έμβολο κατακόρυφη δύναμη μέτρου F_1. Να υπολογίσετε:
α. το μέτρο της δύναμης F_1
β. την πίεση στο σημείο Β του υγρού που απέχει απόσταση h=1m από την κάτω βάση των δύο εμβόλων.
Δίνονται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5$Pa και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α. 90N, β. $1,13\cdot10^5$Pa

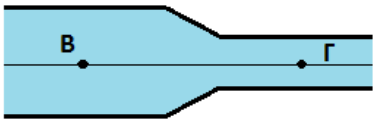
6. Μέσα σε μία δεξαμενή υπάρχουν τα υγρά (1) και (2) που δεν αναμειγνύονται μεταξύ τους και έχουν πυκνότητες $\rho_1=0,85g/cm^3$ και $\rho_2=1g/cm^3$ αντίστοιχα. Ένας κύβος ακμής α=30cm και πυκνότητας $\rho=0,9g/cm^3$ το ποθετείται στη δεξαμενή και ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα με τη βάση του οριζόντια. Το ύψος του στρώματος κάθε υγρού, όταν ο κύβος ισορροπεί είναι d=50cm. να υπολογίσετε:



α. την υδροστατική πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών
β. το μήκος x της ακμής του κύβου που βρέχεται από το υγρό (1)
γ. το μέτρο της δύναμης που δέχεται η κάτω έδρα του κύβου από το υγρό (2)
Δίνονται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=1,01\cdot10^5$Pa και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α. $4,25\cdot10^3$Pa, β. 20cm, γ. 9562,5N

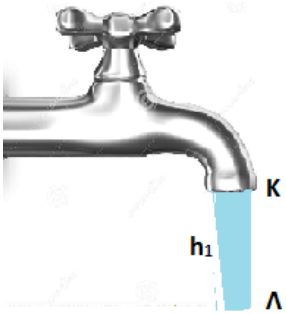
7. Μία αντλία ανεβάζει νερό από μία γεώτρησης βάθους h=10m με σωλήνα εμβαδού $A_1=20cm^2$. Με ένα οριζόντιο σωλήνα διατομής $A_2=A_1$ το νερό διοχετεύεται σε μία δεξαμενή όγκου $V=42m^3$. Αν η δεξαμνεή γεμίζει σε χρόνο t=70min, να υπολογίσετε:
α. την ταχύτητα του νερού στον οριζόντιο σωλήνα
β. την ενέργεια που ξοδεύει η αντλία για το γέμισμα της δεξαμενής
γ. τη μέση ισχύ της αντρλίας
Δίνονται η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3kg/m^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. 5m/s, β. $4725\cdot10^3$J, γ. 1125W

8. Ο σωλήνας του σχήματος έχει εμβαδόν διατομής $A_1=40cm^2$ στο σημίο Β και στο σημείο Γ εμβαδόν διατομής $A_2=25cm^2$. Ο σωλήνας διαρέεται από ιδανικό υγρό πυκνότητας $\rho=1000kg/m^3$. Από τη διατομή του σωλήνα στο σημείο Γ διέρχονται 0,5kg υγρού το δευτερόλεπτο. Να υπολογίσετε:



α. την παροχή του σωλήνα στο σημείο Γ
β. το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στα σημεία Β και Γ
Απ: α. $5\cdot10^{-4}m^3/s$, β. 0,125m/s, 0,2m/s

9. Βρύση δημιουργεί μία κατακόρυφη φλέβα νερού. Στο στόμιο της βρύσης (θέσηΚ) η διατομή της φλέβας έχει εμβαδόν $A_1=1,4cm^2$ και η ταχύτητα ροής του νερού είναι $\upsilon_1=3m/s$. Στη θέση Λ, που απέχει από το στόμιο της βρύσης κατά $h_1=2m$, να υπολογίσετε:



α. την παροχή της φλέβας
β. την ταχύτητα ροής υ_2
γ. το εμβαδόν διατομής της φλέβας
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. $4,2\cdot10^{-4}m^3/s$, β. 7m/s, γ. $0,6cm^2$

10. Η παροχή νερού από ένα πυροσβεστικό σωλήνα είναι Π_o = 40 L/s .

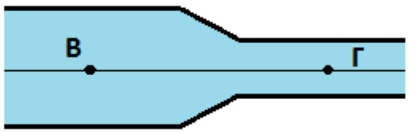
Την χρονική στιγμή t = 0, η παροχή αρχίζει να ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο, έτσι ώστε να μηδενιστεί μετά από 10 s.
Να βρείτε πόσα λίτρα νερού θα εξέλθουν από το σωλήνα στη διάρκεια των 10s.
Απ: V = 200 L.

11. Το στόμιο εκροής ενός οριζόντιου σωλήνα βρίσκεται σε ύψος Η από το έδαφος έχει εμβαδόν διατομής $A_o=5\cdot10^{-4}m^2$ και το νερό εκρέει με παροχή $Π_o=2\cdot10^{-3}m^3/s$. Όταν η φλέβα του νερού χτυπάει στο έδαφος, έχει εμβαδόν διατομής $A_1=4\cdot10^{-4}m^2$. Να υπολογίσετε:
α. την ταχύτητα με την οποία χτυπάει η φλέβα του νερού στο έδαφος
β. το ύψος Η
γ. την οριζόντια απόσταση όπου θα χτυπήσει η φλέβα του νερού στο έδαφος
δ. τη μάζα της φλέβας του νερού που βρίσκεται στον αέρα τη χρονική στιγμή t=1s
Δίνονται η πυκνότητα του νερού $ρ=10^3kg/m^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. 5m/s, β. 0,45m, γ. 1,2m, δ. 0,6kg

12. Ένα συντριβάνι εκτοξεύει κατακόρυφη συνεχή στήλη νερού με σταθερό ρυθμό. Σε ύψος h=7,2m πάνω από τη βάση του πίδακα η στήλη έχει εμβαδόν κάθετης διατομής $A_1=12cm^2$ και ταχύτητα $υ_1=16m/s$. Να υπολογίσετε:
α. την ταχύτητα του νερού στη βάση του πίδακα
β. το εμβαδόν της διατομής της στήλης στη βάση του πίδακα
γ. το ρυθμό με τον οποίο εξέρχονταο οι μάζες νερού από τον πίδακα
Δίνονται η πυκνότητα του νερού $ρ=10^3kg/m^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α. 20m/s, β. $9,6cm^2$, γ. 19,2kg/s

13. Μία αρτηρία της καρδιάς του ανθρώπου έχει εμβαδόν διατομής $A_o=1\cdot10^{-4}m^2$ και το αίμα ρέει με ταχύτητα $υ_o=0,8m/s$. Σε ένα σημείο της αρτηρίας υπάρχει συσσώρευση λιπιδίων, με αποτέλεσμα η ταχύτητα του αίματος να αυξάνεται σε υ=3,2m/s.
α. Να υπολογίσετε την παροχή του αίματος στην αρτηρία
β. Αν στο σημείο που έχουμε συσώρευση των λιπιδίων φέρουμε μία κάθετη τομή στην αρτηρία, πόσο
θα είναι το εμβαδόν της επιφάνειας τομής που καταλαμβάνουν τα λιπίδια;
Απ: α. $8\cdot10^{-5}m^3/s$, β. $0,75\cdot10^{-4}m^2$

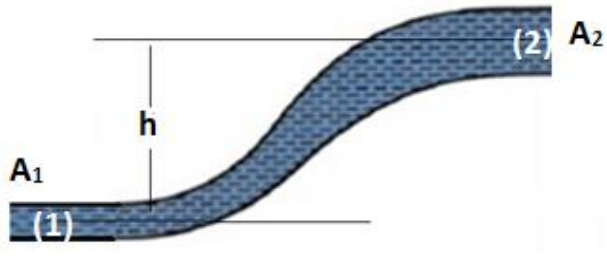
14. Στο σχήμα φαίνεται ένας σωλήνας μεταβλητής διατομής που διαρέεται από υγρό πυκνότητας $ρ=800kg/m^3$. Τα σημεία Β και Γ βρίσκονται στην ίδια οριζόντια ρευματική γραμμή και η απόλυτη διαφορά πίεσης μεταξύ τους είναι Δp=2000Pa. Αν το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στο σημείο Γ είναι $υ_Γ=3m/s$, να υπολογίσετετο μέτρο της ταχύτητας του υγρού στο σημείο Β



Απ: 2m/s

15. Το νερό του δικτύου ύδρευσης έρχεται από το ισόγειο του σπιτιού με σωλήνα εσωτερικής διαμέτρου $d_1=6cm$ και πίεση $p_o=6\cdot10^5N/m^2$. Στη συνέχεια φτάνει σε βρύση, η οποία βρίσκεται σε ύψος h=10m, από το ισόγειο, με σωλήνα εσωτερικής διαμέτρου $d_2=3cm$. Ανοίγουμε τη βρύση και διαπιστώνουμε ότι η ταχύτητα του νερού στο σωλήνα του ισογείου είναι $υ_1=4m/s$
α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα $υ_2$ και την πίεση p του νερού στο σωλήνα της βρύσης
β. Αν κλείσουμε τη βρύση, τότε η πίεση του νερού στο σωλήνα της βρύσης θα αυξηθεί ή θα ελαττωθεί και κατά πόσο;
Δίνονται η πυκνότητα του νερού $ρ=10^3kg/m^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α.16m/s, $3,8\cdot10^5N/m^2$, β. $1,2\cdot10^5N/m^2$

16. Στο σωλήνα του σχήματος τα οριζόντια τμήματα με εμβαδόν διατομής $A_1=4cm^2$ και $A_2=20cm^2$ έχουν υψομετρική διαφορά h=2m. Αν η πυκνότητα του νερού που ρέει στο σωλήνα είναι $\rho=10^3kg/m^3$ και η ταχύτητά του στο στενό τμήμα είναι $\upsilon_1=10m/s$, να υπολογίσετε:

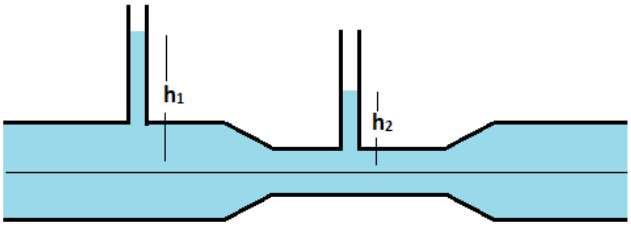


α. την ταχύτητα του νερού στο φαρδύ τμήμα
β. την πίεση του νερού στο στενό τμήμα του σωλήνα, αν στο τμήμα διατομής A_2 η πίεση του νερού είναι $p_2=2\cdot10^5Pa$
γ. τη μεταβολή ανά μονάδα όγκου της κινητικής ενέργειας και της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας του νερού καθώς κινείται στο στενό και στο φαρδύ τμήμα του σωλήνα.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
Απ: α. 2m/s, β. $1,72\cdot10^5Pa$, γ. $-48\cdot10^3J/m^3$, $20\cdot10^3J/m^3$

17. Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος περιέχει νερό και η ελέυθερη στάθμη του βρίσκεται σε ύψος h=0,2m πάνω από τη βάση του δοχείου. Στο κέντρο της βάσης του κυλινδρικού δοχείου υπάρχει κυκλική τρύπα εμβαδού $A_1=2cm^2$, που αρχικά είναι κλεισμένη με μία τάπα. Το δοχείο μπορεί να γεμίζει με νερό από το πάνω μέρος του με σωλήνα εμβαδού διατομής $A_2=5cm^2$. Κάποια στιγμή βγάζουμε την τάπα, οπότε το νερό αρχίζει να εξέρχεται από το δοχείο και ταυτόχρονα παρέχουμε νερό στο δοχείο με το σωλήνα, ώστε η ελεύθερη στάθμη του νερού στο δοχείο να παραμένει στο ίδιο ύψος. Να υπολογίσετε:

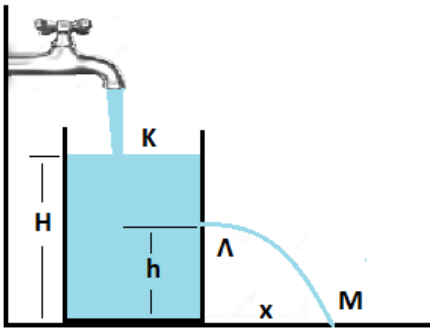
α. το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εξέρχεται το νερό από την τρύπα
β. το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εξέρχεται το νερό από το σωλήνα
γ. τη διάμετρο της διατομής της φλέβας του νερού σε απόσταση d=2,25m κάτω από την τρύπα
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. 2m/s, β. 0,8m/s, γ. 0,85m

18. Για τον οριζόντιο σωλήνα του σχήματος που διαρέεται από νερό, είναι $A_1=5cm^2$ και $A_2=1cm^2$. Η ταχύτητα του νερού στη διατομή A_2 έχει μέτρο $\upsilon_2=1m/s$ και το ύψος του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα είναι $h_1=10cm$. Να υπολογίσετε:



α. την παροχή στον οριζόντιο σωλήνα
β. την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου για το νερό που ρέει στο φαρδύ τμήμα του σωλήνα
γ. την ελέττωση της πίεσης του νερού καθώς αυτό ρέει από το φαρδύ στο στενό μέρος του σωλήνα
δ. το ύψος h_2 του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα.
Δίνονται η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3kg/m^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. $10^{-4}m^3/s$, β. $20J/m^3$, γ. 480Pa, δ. 5,2cm

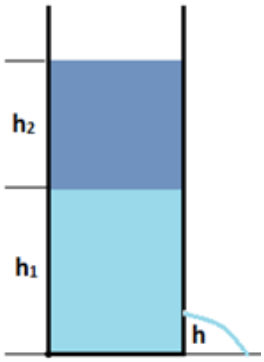
19. Στο δοχείο του σχήματος πέφτει συνέχεια νερό από τη βρύση ώστε η επιφάνεια του νερού να βρίσκεται συνέχεια στην ίδια οριζόντια θέση. Η τρύπα στο σημείο Λ έχει εμβαδόν διατομής $A=2cm^2$ και βρίσκεται σε ύψος h=2m από το έδαφος. Αν το ύψος Η του νερού είναι σταθερό και το βεληνεκές της φλέβας του νερού που εξέρχεται από την τρύπα είναι x=4m, να υπολογίσετε:



α. το ύψος Η της στάθμης του νερού στο δοχείο
β. την παροχή της βρύσης

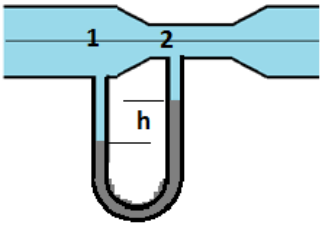
γ. την ταχύτητα με την οποία η φλέβα του νερού χτυπάει στο έδαφος
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Απ: α. 4m, β. $4\sqrt{10}\cdot10^{-4}m^3/s$, γ. $4\sqrt{5}$ m/s, 45°

20. Σε ένα μεγάλο κατακόρυφο δοχείο ηρεμούν δύο υγρά, νερό με πυκνότητα $\rho_1=1.000kg/m^3$ και λάδι πυκνότητας $\rho_2=700kg/m^3$, όπως στο σχήμα, όπου $h_1=0,8m$ και $h_2=0,7m$. Μια τάπα, κλείνει μια οπή του δοχείου, εμβαδού $A=0,4cm^2$, η οποία βρίσκεται σε ύψος h=0,2m από την βάση του δοχείου.
α. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται η τάπα από το νερό, καθώς και η δύναμη την οποία δέχεται από τα τοιχώματα του δοχείου, θεωρώντας αμελητέο το βάρος της.
β. Σε μια στιγμή βγάζουμε την τάπα, οπότε μέσα σε ελάχιστο χρόνο, αποκαθίσταται μια μόνιμη και στρωτή ροή. Να υπολογιστεί η ταχύτητα εκροής, θεωρώντας ότι η διατομή του δοχείου, είναι πολύ μεγαλύτερη από την διατομή της οπής.
γ. Αν η διατομή του δοχείου έχει εμβαδόν $A_1=2cm^2$, να υπολογιστεί ξανά η ταχύτητα εκροής, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο κατεβαίνει η πάνω επιφάνεια του λαδιού.



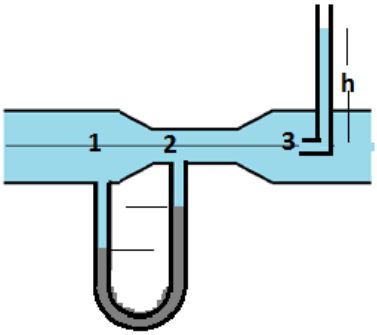
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5$ N/m^2, ενώ και οι δύο παραπάνω ροές να θεωρηθούν μόνιμες και στρωτές ροές ιδανικού ρευστού.
Απ: α. 4,436N, 0,436N, β. $\sqrt{21,8}$ m/s, γ. 4,75m/s, 0,95m/s

21. Ο σωλήνας Venturi του σχήματος διαρέεται από κηροζίνη, η οποία έχει πυκνότητα $\rho_κ=800kg/m^3$, και στο σημείο (1) η διάμετρος του σωλήνα είναι $\delta_1=10cm$, ενώ στο σημείο (2) η διάμετρος του σωλήνα είναι $\delta_2=5cm$. Στο σημείο (1) το μέτρο της ταχύτητας της κηροζίνης είναι $υ_1=4m/s$. Με τη βοήθεια του μανομέτρου σχήματος U που περιέχει υδράργυρο μπορούμε να μετράμε τη διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων (1) και (2). Να υπολογίσετε:



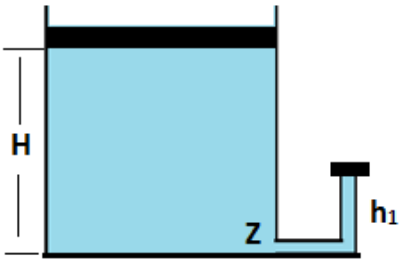
α. το μέρο της ταχύτητας της κηροζίνης στο σημείο (2)
β. τη διαφορά πίεσης $p_1 - p_2$
γ. την υψομετρική διαφορά h της στάθμης του υδραργύρου στο μανόμετρο
Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και η πυκνότητα του υδραργύρου $\rho_{Hg}=13600kg/m^3$
Απ: α. 16m/s, β.96000Pa, γ. 0,75m

22. Στο σχήμα φαίνεται ένα τμήμα ενός οριζόντιου κυλινδρικού σωλήνα εμβαδού διατομής Α ο οποίος τροφοδοτείται από κρουνό νερού σταθερής παροχής και παρουσιάζει στένωση εμβαδού διατομής Α/2 στην περιοχή (2). Ένας λεπτός κυλινδρικός σωλήνας σχήματος U που περιέχει υδράργυρο έχει προσαρμοστεί στις περιοχές (1) και (2) του οριζόντιου σωλήνα ενώ στην περιοχή (3) έχει προσαρμοστεί λεπτός κατακόρυφος σωλήνας που το άνοιγμά του βρίσκεται στη φορά ροής του νερού όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας ροής στην περιοχή (1) είναι $υ_1=1m/s$ και η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα φτάνει σε ύψος h=1m. Να υπολογίσετε;



α. το μέτρο της ταχύτητας ροής στην περιοχή (2)
β. την υψομετρική διαφορά της στήλης υδραργύρου στα δύο σκέλη του σωλήνα U
γ. την πίεση του νερού στην περιοχή (2) του σωλήνα
Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=10^3kg/m^3$, η πυκνότητα του υδραργύρου $\rho_{Hg}=13600kg/m^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5Pa$
Απ: α. 4m/s, β. 0,06m, γ. $1,02\cdot10^5Pa$

23. Κυλινδρικό δοχείο με εμβαδόν βάσης $A=100cm^2$ που περιέχει νερό σε ύψος H=1m κλείνεται αεροστεγώς με αβαρές έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Στη βάση του δοχείου έχουμε προσαρμόσει μικρό σωλήνα εμβαδού διατομής $A_1=1cm^2$, ο οποίος έχει καμφθεί και η άκρη του είναι στραμένη προς τα πάνω, σε ύψος $h_1=0,2m$ από τη βάση του δοχείου. Αρχικά το έμβολο ισορροπεί σε επαφή με την επιφάνεια του νερού, ενώ την άκρη του σωλήνα έχουμε βουλώσει με τάπα.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τάπα

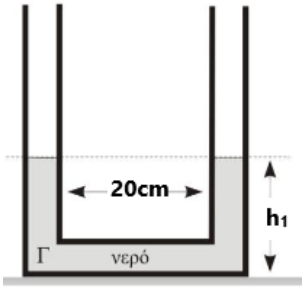
β. Κάποια στιγμή βγάζουμε τηνν τάπα και ταυτόχρονα ασκούμε στο έμβολο κατακόρυφη προς τα κάτω μεταβλητή κατά μέτρο δύναμη, έτσι ώστε από την άκρη του σωλήνα το νερό να εξέρχεται με ταχύτητα υ=6m/s. Να υπολογίσετε:

1. πόσο ψηλότερα από το αρχικό ύψος της στήλης του νερού στο δοχείο φτάνει ο πίδακας του νερού
2. την πίεση του νερού σε σημείο Z που βρίσκεται αμέσως μετά την είσοδο του σωλήνα στη βάση του δοχείου
3. το έργο που καταναλώνουμε για τη μετακίνηση του εμβόλου κατά d=0,1m

Δίνονται $g=10m/s^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3kg/m^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5Pa$

Απ: α. 10,8N, β. 1m, 2. $1,02\cdot10^5Pa$, 3. 10,5J

24. Ο κυλινδρικός υοειδής σωλήνας του σχήματος έχει σταθερή διατομή $A=10\ cm^2$. Εισάγουμε αρχικά 400 mL νερού, που σχηματίζει δύο κατακόρυφες στήλες ύψους $h_1=10$ cm.



α. Να υπολογίσετε την συνολική πίεση σε ένα σημείο Γ στον πυθμένα του δοχείου.

Έπειτα εισάγουμε στον δεξιό σωλήνα 90 g λάδι πυκνότητας $\rho_\lambda=0,9g/cm^3$. Να υπολογίσετε:

β. την υψομετρική απόσταση x μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας του λαδιού και της ελεύθερης επιφάνειας του νερού.

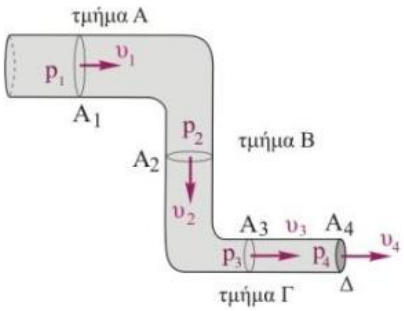
γ. τη συνολική πίεση στο σημείο Γ μετά την τοποθέτηση του λαδιού.

δ. τη μάζα ενός εμβόλου που πρέπει να τοποθετήσουμε πάνω από την επιφάνεια του λαδιού, ώστε οι επιφάνειες των υγρών να είναι στο ίδιο ύψος.

Δίνονται: ηεπιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$,η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5N/m^2$ και η πυκνότητα του νερού $\rho_v=1\ g/cm^3$.

Απ: α. $101\cdot10^3N/m^2$, β. 0,01m, γ. $101,45\cdot10^3N/m^2$, δ. 10g

25. Ένας κυλινδρικός σωλήνας νερού βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο και αποτελείται από τρία τμήματα μεταβλητής διατομής, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το τμήμα Α έχει εμβαδό διατομής $A_1=4cm^2$, το τμήμα Β, $A_2=2cm^2$ και το τμήμα Γ, A_3. Στο τμήμα Α του σωλήνα επικρατεί πίεση $p_1=2\cdot10^5\ N/m^2$. Στο τμήμα Β το νερό έχειταχύτητα $\upsilon_2=10$ m/s. Το νερό εξέρχεται στον αέρα από την έξοδο Δ του σωλήνα. Να υπολογίσετε:



α. την ταχύτητα υ_1 του νερού στο τμήμα Α του σωλήνα.

β. την πίεση p_2 στο τμήμα Β του σωλήνα.

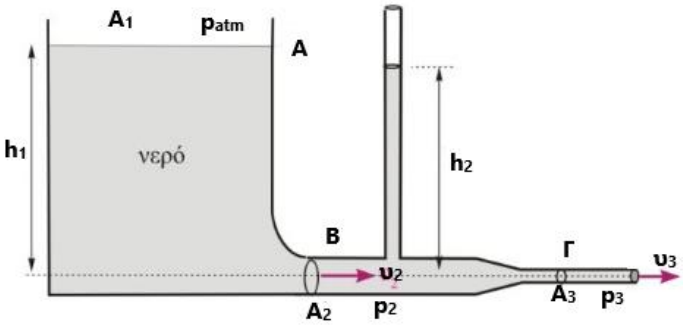
γ. τηδιατομή του σωλήνα A_3 στοτμήμα Γ του σωλήνα.

δ. τη μάζα του νερού που εξέρχεται από το σωλήνα σε χρόνο t=5 min.

Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνονται: η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3kg/m^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5N/m^2$

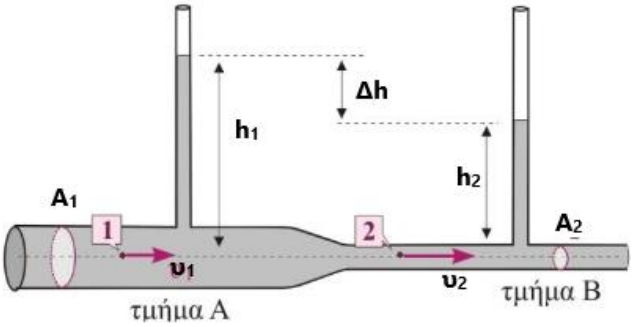
Απ: α. 5m/s, β. $1,625\cdot10^5N/m^2$, γ. 4/3 cm^2, δ. 600kg

26. Το δοχείο μεγάλης επιφάνειας, που φαίνεται στο σχήμα, είναι ανοικτό και γεμάτο με νερό. Η επιφάνεια της διατομής του δοχείου είναι A_1 και στο κατώτερο σημείο του πλευρικού τοιχώματος, σε βάθος h_1=80 cm από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, υπάρχει μικρό άνοιγμα από το οποίο εξέρχεται σωλήνας Β, με εμβαδό εσωτερικής διατομής A_2=2cm^2. Ο σωλήνας στη συνέχεια στενεύει σε μικρότερο σωλήνα Γ, με εμβαδό εσωτερικής διατομήςA$_3$=1cm^2. Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια του δοχείου A_1. Πάνω στο σωλήνα Β είναι προσαρμοσμένος λεπτός κατακόρυφος ανοικτός σωλήνας, στον οποίο η στήλη νερού έχει ύψος h_2. Από το σωλήνα Γ το νερό εξέρχεται με ταχύτητα $υ_3$ στον αέρα. Να υπολογίσετε:



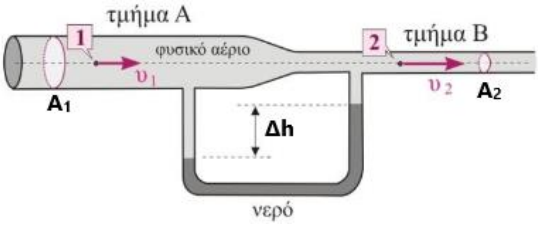
α. την ταχύτητα $υ_3$ του νερού στο σημείο εξόδου του σωλήνα, Γ.
β. την ταχύτητα $υ_2$ του νερού στο σημείο 2 της εξόδου από το δοχείο.
γ. την πίεση p_2 στο σωλήνα Β, στο σημείο 2.
δ. το ύψος h_2 της στήλης του νερού στον κατακόρυφο λεπτό σωλήνα.
Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας g =10 m/s^2, η πυκνότητα του νερού ρ=10^{3}kg/m^3 και η ατμοσφαιρική πίεση p_{atm} = 10^{5}N/m^2.
Απ: α. 4m/s, β. 2m/s, γ. 1,06·10^{5}N/m^2, δ. 60cm

27. Το ροόμετρο Venturi, που φαίνεται στο σχήμα, αποτελείται από έναν οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεταβλητής διατομής που διαρρέεται από νερό. Στα δύο μέρη του έχει διαφορετικές διατομές A_1=4cm^2 και A_2=2cm^2, αντίστοιχα. Οι δύο λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες είναι ανοικτοί. Όταν στο σημείο 1 η ταχύτητα του νερού είναι $υ_1$ =2 m/s, το νερό στον πρώτο κατακόρυφο σωλήνα βρίσκεται σε ύψος h_1=1,35 m. Να υπολογίσετε:



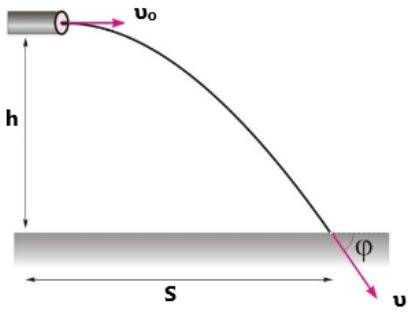
α. την ταχύτητα $υ_2$ του νερού στο δεύτερο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 2).
β. την μεταβολή στην πίεση του νερού, καθώς αυτό μεταβαίνει από το πρώτο στο δεύτερο μέρος του οριζόντιου σωλήνα.
γ. το ύψος h_2 του νερού στον δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα.
δ. το ποσοστό μεταβολής στην αρχική παροχή του σωλήνα, προκειμένου να μηδενιστεί το ύψος του νερού στο δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα, ενώ στον πρώτο να παραμείνει σε ύψοςh_1=1,35 m.
Να θεωρήσετε το νερό ιδανικό ρευστό. Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας g =10 m/s^2, η πυκνότητα του νερού $ρ_ν$ =10^{3}kg/m^3 και η ατμοσφαιρική πίεση p_{atm} = 10^{5}N/m^2
Απ: α. 4m/s, β. - 6·10^{3}N/m^2, γ. 0,75m, δ. 50%

28. Στον οριζόντιο σωλήνα Venturi, μεταβλητής διατομής, ρέει φυσικό αέριο. Τα δύο μέρη του σωλήνα έχουν διατομές A_1 και A_2, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάτω από τον οριζόντιο σωλήνα υπάρχει δεύτερος υοειδής λεπτός σωλήνας που περιέχει νερό. Μέσα από τον οριζόντιο σωλήνα μεταφέρονται 0,6 kg αερίου το λεπτό. Όταν στο σημείο 1 η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του αερίου είναι 4 J/m^3, η υψομετρική διαφορά του νερού στους δύο κατακόρυφους σωλήνες είναι Δh=0,21 cm. Να υπολογίσετε:



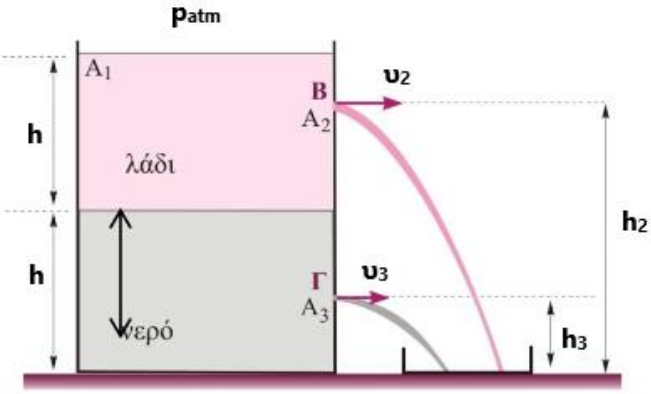
α. την ταχύτητα $υ_1$ του φυσικού αερίου στο πρώτο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 1).
β. την μεταβολή στην πίεση του αερίου, καθώς αυτό μεταβαίνει από το πρώτο στο δεύτερο μέρος του οριζόντιου σωλήνα.
γ. την ταχύτητα $υ_2$ του φυσικού αερίου στο δεύτερο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 2).
δ. τις διατομές A_1 και A_2 στα δύο μέρη του οριζόντιου σωλήνα. Να θεωρήσετε το φυσικό αέριο ιδανικό ρευστό
Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$,η πυκνότητα του νερού $ρ_ν = 10^3 kg/m^3$,η πυκνότητα του φυσικού αερίου $ρ_α = 0,5 kg/m^3$ καιη ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5 N/m^2$.
Απ: α. 4m/s, β. – $21 N/m^2$, γ. 10m/s, δ. $50cm^2$, $20cm^2$

29. Ένας οριζόντιος κυκλικός σωλήνας εσωτερικής ακτίνας r_1 εκτοξεύει νερό από ύψος h=15m. Το νερό εξέρχεται του σωλήνα με ταχύτητα $υ_o$, τη χρονική στιγμή t=0 και όταν φτάνει στο έδαφος η επιφάνεια διατομής της φλέβας του έχει ακτίνα r_2 ίση με $r_1/\sqrt{2}$. Στο σημείο πτώσης του νερού στο έδαφος είναι τοποθετημένο ένα δοχείο όγκου $V=\pi\sqrt{3}$ L, το οποίο γεμίζει τη χρονική στιγμή $t_2=2\sqrt{3}$s. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Να υπολογίσετε:



α. τη χρονική διάρκεια της πτώσης του νερού μέχρι να φθάσει στο έδαφος.
β. την ταχύτητα $υ_o$ εξόδου του νερού από το σωλήνα.
γ. την οριζόντια απόσταση S του σημείου που χτυπάει το νερό στο έδαφος από την έξοδο του σωλήνα και τη γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο, υπό την οποία προσκρούει το νερό.
δ. την εσωτερική ακτίνα r_1 του σωλήνα.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.
Απ: α. $\sqrt{3}$s, β. 10m/s, γ. $10\sqrt{3}$m, 60°, δ. 1cm

30. Η δεξαμενή μεγάλης επιφάνειας A_1, που φαίνεται στο σχήμα, είναι ανοικτή και περιέχει νερό σε σταθερό ύψος h=50cm, ενώ από πάνω από το νερό υπάρχει στρώμα λαδιού ίδιου ύψους h. Σε δύο σημεία των πλευρικών τοιχωμάτων, υπάρχουν μικρά ανοίγματα Β και Γ με διατομές $A_2=2cm^2$ και $A_3=\sqrt{\frac{5}{3}}cm^2$, αντίστοιχα. Οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια A_1 της δεξαμενής. Τα δύο ανοίγματα βρίσκονται σε ύψος h_2=80cm, h_3=20cm από τον πυθμένα του δοχείου, αντίστοιχα, και είναι κλεισμένα με πώματα. Τη χρονική στιγμή t=0, ανοίγουμε ταυτόχρονα τα δύο ανοίγματα, οπότε το λάδι και το νερό εξέρχονται στον αέρα με οριζόντιες ταχύτητες $υ_2$ και $υ_3$, αντίστοιχα. Οι σχηματιζόμενες φλέβες νερού και λαδιού, αφού κάνουν οριζόντιες βολές, καταλήγουν μέσα σε μικρό άδειο δοχείο, όγκου V=10 L, που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον πυθμένα της δεξαμενής. Να υπολογίσετε:



α. τις ταχύτητες $υ_2$ και $υ_3$, με τις οποίες το λάδι και το νερό εξέρχονται στον αέρα από τα ανοίγματα Β και Γ, αντίστοιχα,τη χρονική στιγμή t=0.
β. τις χρονικές στιγμές t_2 και t_3 που οι δύο φλέβες από το λάδι και το νερό, αντίστοιχα, προσπίπτουν στο δοχείο.
γ. τη χρονική στιγμή t που θα γεμίσει το δοχείο.
δ. το ποσοστό του συνολικού υγρού στο μικρό δοχείο που καταλαμβάνει το λάδι, κατά τη χρονική στιγμή t, που το δοχείο γεμίζει.

Να θεωρήσετε το νερό και το λάδι ιδανικά ρευστά. Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_\nu = 10^3 kg/m^3$, η πυκνότητα του λαδιού $\rho_\lambda = 0,9.10^3 kg/m^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm} = 10^5 N/m^2$.

Απ: α. 2m/s, $\sqrt{15}$m/s, β. 0,4s, 0,2s, γ. 11,4s, δ. 44%

Θέματα Πανελλαδικών εξετάσεων

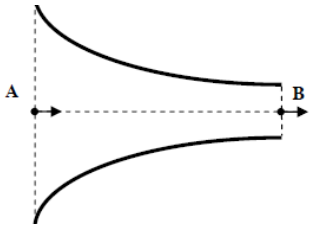
Θέμα Α

1.Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν

1.1. Η παροχή υγρού σε σωλήνα μετριέται σε m^3/s
1.2. Η ταχύτητα ροής ενός ασυμπίεστου ιδανικού ρευστού κατά μήκος ενός σωλήνα που δεν έχει σταθερή διατομή, είναι μεγαλύτερη εκεί που πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές
1.3. Η ροή ενός ρευστού είναι στρωτή, όταν παρουσιάζει στροβίλους
1.4. Η εξίσωση της συνέχειας στα ρευστά είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης ενέργειας.
1.5. Η ταχύτητα ενός ιδανικού ρευστού που ρέει σε οριζόντιο σωλήνα είναι μεγαλύτερη στις περιοχές όπου οι ρευματικές γραμμές είναι πυκνότερες.
1.6. Κατά τη ροή ιδανικού ρευστού σε οριζόντιο σωλήνα, όταν οι ρευματικές γραμμές παρουσιάζουν την ίδια πυκνότητα, η ταχύτητα ροής δεν μεταβάλλεται.
1.7. Η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο ενός ακίνητου υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του.
1.8. Η εξίσωση της συνέχειας είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ιδανικών ρευστών.
1.9. Η ταχύτητα ενός ιδανικού ρευστού που ρέει σε οριζόντιο σωλήνα είναι μεγαλύτερη στις περιοχές όπου οι ρευματικές γραμμές είναι πυκνότερες.
1.10. Όταν ρέει ιδανικό ρευστό με σταθερή παροχή σε οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεταβλητής διατομής, στις περιοχές στις οποίες το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής αυξάνεται, η πίεση μειώνεται.
1.11. Ένα ασυμπίεστο ρευστό, που παρουσιάζει εσωτερικές τριβές και τριβές με τα τοιχώματα του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει, χαρακτηρίζεται ως ιδανικό.

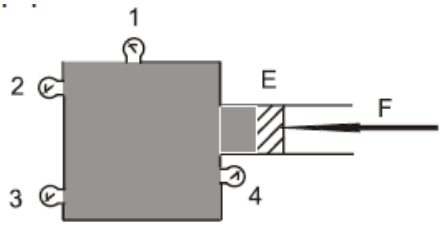
2. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση

2.1. Στον οριζόντιο σωλήνα του σχήματος, κατά τη φορά ροής του ιδανικού ρευστού από το σημείο Α στο σημείο Β της ίδιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής



α. η πυκνότητα μειώνεται.
β. η παροχή του σωλήνα μειώνεται.
γ. η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ιδανικού ρευστού αυξάνεται.
δ. η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ιδνικού ρευστού αυξάνεται.

2.2. Το δοχείο του σχήματος είναι γεμάτο με υγρό και κλείνεται με έμβολο Ε στο οποίο ασκείται δύναμη F.

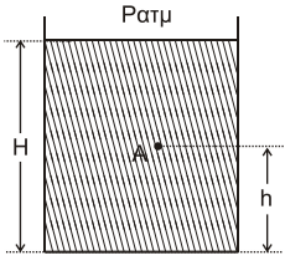


Όλα τα μανόμετρα 1, 2, 3, 4 δείχνουν πάντα
α. την ίδια πίεση, όταν το δοχείο είναι εντός του πεδίου βαρύτητας
β. την ίδια πίεση, όταν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας
γ. διαφορετική πίεση, αν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας
δ. την ίδια πίεση, ανεξάρτητα από το αν το δοχείο είναι εντός ή εκτός του πεδίου βαρύτητας.

2.3. Σε μία φλέβα ρέει ιδανικό ρευστό. Όταν σε μια περιοχή του υγρού οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν, τότε:
α. η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση ελαττώνεται

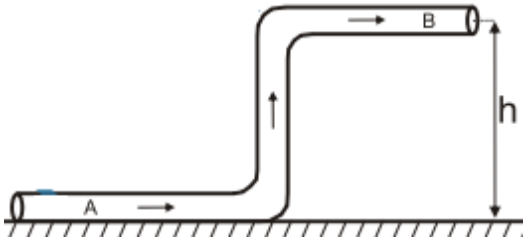
β. η παροχή της φλέβας αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται
γ. η παροχή της φλέβας ελαττώνεται και η πίεση ελαττώνεται
δ. η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται.

2.4. Το ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας με επιτάχυνση βαρύτητας g και περιέχει νερό πυκνότητας ρ. Το ύψος του νερού στο δοχείο είναι Η. Στο σημείο Α, που απέχει απόσταση h από τον πυθμένα του δοχείου, η υδροστατική πίεση είναι ίση με



α. Ρατμ + ρgh
β. Ρατμ + ρg(H-h)
γ. ρgh
δ. ρg(H-h).

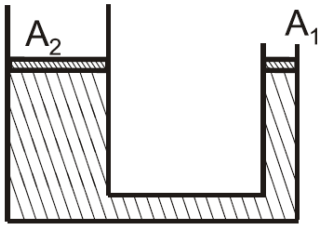
2.5. Το σχήμα παριστάνει έναν κυλινδρικό σωλήνα μικρής διατομής που βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Ο σωλήνα ς έχει σταθερή διατομή και στο εσωτερικό του ρέει ιδανικό ρευστό με σταθερή παροχή. Για τις πιέσεις και τις ταχύτητες στα σημεία Α και Β του σωλήνα ισχύει:



α. $p_A = p_B$ και $u_A = u_B$
β. $p_A > p_B$ και $u_A > u_B$
γ. $p_A < p_B$ και $u_A = u_B$
δ. $p_A > p_B$ και $u_A = u_B$

2.6. Η εξίσωση της συνέχειας των ιδανικών ρευστών είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης
α. της ενέργειας.
β. της ύλης.
γ. της ορμής.
δ. της στροφορμής.

2.7. Ένας υδραυλικός ανυψωτήρας της μορφής του Σχήματος έχει δύο αβαρή έμβολα που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές και περιέχει ιδανικό ασυμπίεστο υγρό. Το μικρό έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής A_1 και το μεγάλο έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής $A_2 = 3A_1$.
Αρχικά τα έμβολα βρίσκονται ακίνητα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε δύναμη στο μικρό έμβολο και τη στιγμή που αυτό έχει κατέβει κατά d_1, το μεγάλο έμβολο έχει ανεβεί κατά d_2. Για τις αποστάσεις d_1 και d_2 ισχύει ότι

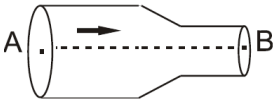


α. $d_1 = 1,5\ d_2$ β. $d_1 = 2\ d_2$ γ. $d_1 = 3\ d_2$ δ. $d_1 = 4\ d_2$.

2.8. Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα ανοιχτού δοχείου το οποίο περιέχει υγρό σε ισορροπία και βρίσκεται στην επιφάνεια της γης
α. οφείλεται μόνο στο βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο
β. εξαρτάται από την ατμοσφαιρική πίεση και το βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο
γ. είναι ανεξάρτητη της πυκνότητας του υγρού
δ. είναι πάντα κάθετη στον πυθμένα του δοχείου.

Θέμα Β
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση αιτιολογώντας την επιλογή σας

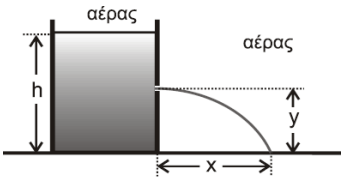
1. Στον οριζόντιο σωλήνα, του σχήματος, ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό έχει στρωτή ροή από το σημείο Α προς το σημείο Β.



Η διατομή A_A του σωλήνα στη θέση Α είναι διπλάσια από τη διατομή A_B του σωλήνα στη θέση Β. Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Α έχει τιμή ίση με Λ . Η διαφορά της πίεσης ανάμεσα στα σημεία Α και Β είναι ίση με:

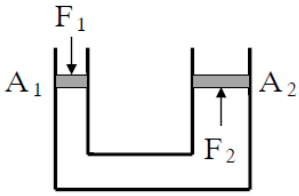
α. Λ β. 3Λ γ. 2Λ .

2. Δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει ένα ασυμπίεστο ιδανικό υγρό. Το ύψος του υγρού στο δοχείο είναι h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο δοχείο ανοίγουμε μια μικρή οπή στο πλευρικό του τοίχωμα, σε ύψος y=h/2 από τη βάση του. Η φλέβα που δημιουργείται, συναντά το έδαφος σε οριζόντια απόσταση x από τη βάση του δοχείου. Η απόσταση x είναι ίση με:



α. h β. h/2 γ. 2 h

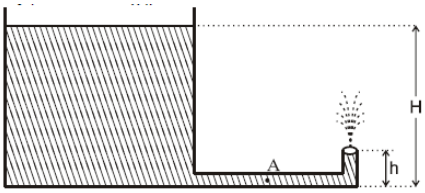
3.Το σχήμα παριστάνει την αρχή λειτουργίας του υδραυλικού ανυψωτήρα, που περιέχει ιδανικό ρευστό. Ασκούμε στο μικρό έμβολο του ανυψωτήρα, διατομής A_1, δύναμη μέτρου F_1 κάθετη σε αυτό. Το μέτρο της δύναμης F_2, που ασκεί το υγρό στο έμβολο διατομής A_2, είναι ίσο με:



α. $F_1\frac{A_2^2}{A_1^2}$ β. $F_1\frac{A_1}{A_2}$ γ. $F_1\frac{A_2}{A_1}$

Θεωρήστε ότι τα έμβολα είναι αβαρή.

4. Ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει νερό μέχρι ύψους Η. Από τον πυθμένα του πλευρικού τοιχώματος του δοχείου εξέρχεται λεπτός κυλινδρικός σωλήνας σταθερής διατομής. Ο σωλήνας είναι αρχικά οριζόντιος και στη συνέχεια κάμπτεται, ώστε να γίνει κατακόρυφος προς τα πάνω. Το άνοιγμα του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος h=H/5 πάνω από το επίπεδο του πυθμένα του δοχείου, όπως φαίνεται στο σχήμα:



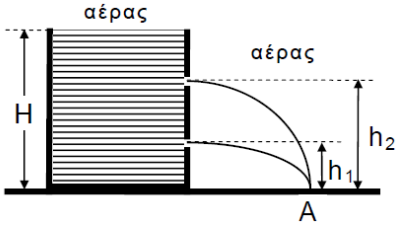
Να θεωρήσετε ότι:

- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.

Το μέτρο της ταχύτητας $υ_A$ με την οποία ρέει το νερό στο σημείο Α του οριζόντιου σωλήνα είναι ίσο με:

α. $\sqrt{2gh}$ β. $\sqrt{10gh}$ γ. $2\sqrt{2gh}$

5. Ένα δοχείο περιέχει νερό μέχρι ύψους Η και βρίσκεται πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο. Ανοίγουμε δύο μικρές οπές στο δοχείο σε ύψη h_1 και $h_2 = 3\ h_1$ πάνω από το οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο φλέβες του νερού που εκρέει από τις δύο μικρές οπές συναντούν το δάπεδο στο ίδιο σημείο Α.



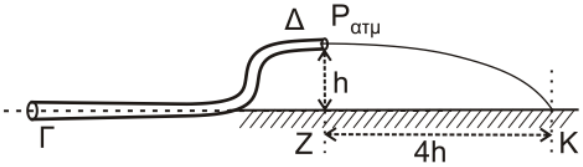
Να θεωρήσετε ότι:

- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.

Η σχέση που ισχύει είναι

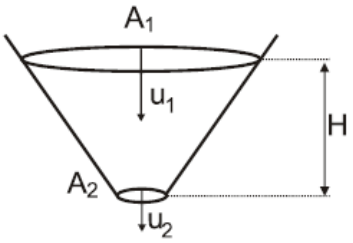
α. $H = 4\ h_1$ β. $H = 5\ h_1$ γ. $H = 6\ h_1$

6. Ο κυλινδρικός σωλήνας ΓΔ του σχήματος αποτελεί τμήμα ενός μεγάλου σωλήνα μεταβλητής διατομής και βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον σωλήνα ρέει με σταθερή παροχή ιδανικό υγρό



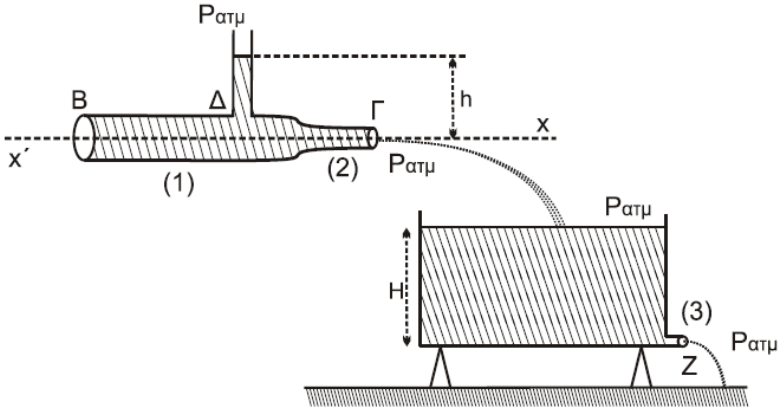
πυκνότητας ρ με φορά από το Γ προς το Δ. Η σχέση των εμβαδών των εγκαρσίων διατομών του σωλήνα στα σημεία Γ και Δ είναι $A_Γ = 2 A_Δ$. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινείται το υγρό στο σημείο Γ είναι $υ_Γ$. Τα σημεία Γ και Δ απέχουν υψομετρικά κατά h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η φλέβα του υγρού που εξέρχεται από το στόμιο Δ πέφτει σε σημείο Κ στην προέκταση της οριζόντιας ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ. Η απόσταση ΖΚ (βεληνεκές) είναι ίση με 4h.
Η διαφορά πίεσης ΔΡ μεταξύ των σημείων Γ και Δ ισούται με
α. $2ρυ_Γ^2$ β. $ρυ_Γ^2$ γ. $ρυ_Γ^2/2$

7. Σε ανοιχτό κωνικό δοχείο (Σχήμα) που περιέχει ιδανικό ρευστό αφαιρούμε τον πυθμένα με αποτέλεσμα το ρευστό να αρχίσει να ρέει. Κάποια χρονική στιγμή το περιεχόμενο ρευστό στο δοχείο έχει ύψος Η. Η ταχύτητα του ρευστού στην επιφάνεια εμβαδού A_1 είναι ίση με u_1 ενώ η αντίστοιχη ταχύτητα του ρευστού στον πυθμένα εμβαδού $A_2 = A_1/6$ είναι ίση με u_2.



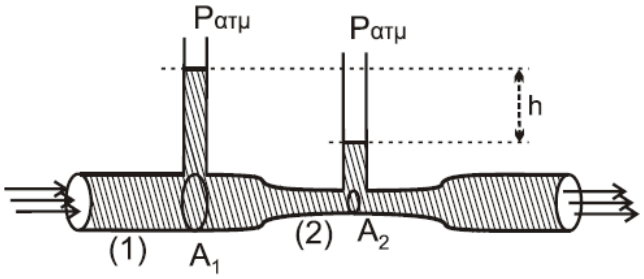
Τότε το ύψος Η ισούται με:
α. $11υ_1^2/2g$ β. $35υ_1^2/2g$ γ. $35υ_1^2/g$

8. Στον οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα ΒΓ μεταβλητής διατομής του Σχήματος, ρέει με σταθερή παροχή νερό, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό με φορ ά από το Β προς το Γ. Για τα εμβαδά των εγκαρσίων διατομών των περιοχών (1) και (2), αντίστοιχα, ισχύει $A_1=2A_2$. Σε σημείο Δ της περιοχής (1) έχουμε προσαρμόσει ένα λεπτό κατακόρυφο σωλήνα, στον οποίο η ελεύθερη επιφάνεια του νερού βρίσκεται σε ύψος h από την οριζόντια διεύθυνση x΄x.



Το νερό που εξέρχεται από το στόμιο Γ του σωλήνα χύνεται σε δοχείο μεγάλου όγκου που είναι στερεωμένο σε οριζόντιο έδαφος. Στη βάση του δοχείου στη θέση (3) υπάρχει μικρή οπή Ζ με εμβαδόν διατομής $A_3=A_2/2$. Λόγω της εξόδουτου νερού από την οπή Ζ το δοχείο δεν μπορεί να γεμίσει και η ελεύθερη επιφάνεια του νερού σταθεροποιείται σε ύψος Η
Ο λόγος του ύψους h του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα προς το ύψος Η του νερού στο δοχείο είναι ίσος με
α. 3/4 β. 3/8 γ. 3/16

9. Ο σωλήνας στο ροόμετρο του Venturi είναι οριζόντιος και διαρέεται από ιδανιό ρευστό, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Η εγκάρσια διατομή στην περιοχή (1) έχει εμβαδόν A_1 και η αντίστοιχη στην περιοχή (2) έχει εμβαδόν A_2 με $A_1=2A_2$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με g και η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού που περιέχεται στους κατακόρυφους λεπτούς ανοιχτούς σωλήνες είναι ίση με h.



Διπλασιάζουμε την ταχύτητα ροής του ιδανικού ρευστού στην περιοχή (1). Η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού στους κατακόρυφους λεπτούς ανοιχτούς σωλήνες γίνεται ίση με
α. 0,5h β. 2h γ. 4h.