

Κρούσεις

Συνοπτική θεωρία

- Κατά την κρούση η κινητική κατάσταση ενός τουλάχιστον από τα σώματα που συγκρούεται μεταβάλλεται απότομα. Η απότομη αλλαγή της κίνησης προκαλείται από ισχυρές δυνάμεις που αναπτύσσονται ανάμεσα στα σώματα που συγκρούονται, κατά τη διάρκεια της επαφής τους
- Ανάλογα με τη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα οι κρούσεις διακρίνονται σε:
 - ✓ Κεντρικές (ή μετωπικές) όταν τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται στην ίδια ευθεία
 - ✓ Έκκεντρες όταν τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλα
 - ✓ Πλάγιες όταν οι ταχύτητες των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται σε τυχαίες διευθύνσεις
- **Η ορμή στις κρούσεις (αρχή διατήρησης της ορμής)**
Στις κρούσεις των σωμάτων η ορμή του συστήματος διατηρείται ακόμα και στην περίπτωση που ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, επειδή οι ωθήσεις που προκαλούν είναι αμελητέες κατά τη διάρκεια της κρούσης
 - ✓ Μαθηματική έκφραση: $\mathbf{p}_{\text{πριν}} = \mathbf{p}_{\text{μετά}}$
 - ✓ Επειδή η ορμή ($p = mv$) είναι μέγεθος διανυσματικό:
 - Αν η κρούση είναι κεντρική, ορίζουμε θετική φορά και από τη διανυσματική σχέση περνάμε σε αλγεβρική
 - Αν η κρούση είναι πλάγια, αναλύουμε τις ορμές (ή ταχύτητες) σε κάθετους άξονες και αφού ελέγξουμε αν η ορμή διατηρείται σε κάθε άξονα γράφουμε τις εξισώσεις διατήρησης για κάθε άξονα χωριστά όπως προηγουμένως
- **Η ενέργεια στις κρούσεις**
Επειδή η θέση πριν και μετά την κρούση ουσιαστικά είναι η ίδια γι' αυτό δεν έχουμε μεταβολή στη δυναμική ενέργεια του συστήματος, οπότε η διατήρηση ή όχι της μηχανικής ενέργειας εκφυλίζεται σε διατήρηση ή όχι της κινητικής ενέργειας
 - ✓ Η κινητική ενέργεια του συστήματος:
 - Μπορεί να διατηρείται οπότε έχουμε την ελαστική κρούση.
 - Μπορεί να έχουμε μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε θερμότητα οπότε η κρούση χαρακτηρίζεται σαν ανελαστική
 - Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κατά την οποία τα σώματα μετά την κρούση δημιουργούν συσσωμάτωμα
- Στην ελαστική κρούση ισχύουν:
 - ✓ Διατήρηση της ορμής $p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}}$
 - ✓ Διατήρηση της ενέργειας $K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}}$
- Στην πλαστική κρούση ισχύει
 - ✓ Διατήρηση της ορμής $p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}}$
 - ✓ Απώλεια ενέργειας: $K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}$
- **Περιπτώσεις κρούσεων – εξισώσεις**

Κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών

- ✓ Α.Δ.Ο $m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2'$ (οι ταχύτητες έχουν την ίδια φορά)

✓ Α.Δ.Κ.Ε $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1'^2 + \frac{1}{2}m_2u_2'^2$

✓ Με λύση του συστήματος καταλήγουμε:

$$u_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2} u_2 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} u_1 \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} u_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2} u_2$$

- Αν το μέτρο κάποιας ταχύτητας μετά την κρούση βγει αρνητικό, σημαίνει ότι η φορά είναι αντίθετη από αυτή που αρχικά πήραμε σαν θετική
- Αν δίνεται ότι η ταχύτητα μιας σφαίρας πριν ή μετά την κρούση έχει φορά αντίθετη από την αρχική (αυτή που έχουμε πάρει θετική), στις εξισώσεις την παίρνουμε με «-»
- Στην περίπτωση που οι σφαίρες αρχικά κινούνται αντίρροπα τότε χρησιμοποιούμε τις προηγούμενες τελικές εξισώσεις των ταχυτήτων (u_1' , u_2') βάζοντας τις ταχύτητες u_1 και u_2 με τα κατάλληλα πρόσημα

✓ **Ειδικές περιπτώσεις**

- Αν $m_1=m_2$ τότε $u_1'=u_2$ και $u_2'=u_1$ δηλαδή οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες
- Αν $u_2=0$ τότε $u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} u_1$ και $u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} u_1$
 - Αν $m_1>m_2$ τότε η ταχύτητα του κινουμένου σώματος μετά την κρούση (u_1') είναι θετική άρα έχει την ίδια φορά
 - Αν $m_1<m_2$ τότε η ταχύτητα του κινουμένου σώματος μετά την κρούση (u_1') είναι αρνητική δηλαδή αλλάζει φορά
 - Αν σε πρόβλημα δίνεται ότι η ταχύτητα u_1' έχει αντίθετη φορά τότε στην παραπάνω εξίσωση την παίρνουμε με «-»
- Αν $m_2 \gg m_1$ και $u_2=0$ τότε $u_1' = -u_1$ και $u_2'=0$ δηλαδή η μικρή σφαίρα ανακλάται
- Αν μία σφαίρα πέσει με γωνία πάνω σε τοίχο και συγκρουστεί ελαστικά με αυτόν τότε ανακλάται με την ίδια ταχύτητα και η γωνία ανάκλασης είναι ίση με τη γωνία πρόσπτωσης

Πλαστική κεντρική κρούση

- ✓ Α.Δ.Ο $m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1+m_2)u$ από την οποία παίρνουμε $u = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}$
- ✓ Η μείωση μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι $\Delta E = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}}$

Παρατηρήσεις:

- Θ.Μ.Κ.Ε: $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W_F$ εφαρμόζεται κατά την κίνηση ενός σώματος από μία αρχική σε μία τελική θέση και F όλες οι δυνάμεις που ενεργούν στο σώμα κατά την μετάβαση από την αρχική στην τελική θέση. (Οι ταχύτητες του σώματος είναι απόλυτες). Η φορά των ταχυτήτων δεν παίζει ρόλο καθόσον η κινητική ενέργεια είναι μέγεθος μονόμετρο
- Αν έχουμε κίνηση δύο ή περισσοτέρων σωμάτων εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας
- Έργο Δύναμης ελατηρίου: $W_{1 \rightarrow 2} = U_1 - U_2$ όπου $U = \frac{1}{2}kx^2$ όπου x η παραμόρφωση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους
- Έργο δύναμης βάρους: $W_B = \pm mgh$ όπου h η υψομετρική διαφορά των σημείων μεταξύ των οποίων κινείται το σώμα και το πρόσημο εξαρτάται από τη φορά κίνησης
- Έργο τριβής $W_T = -T s$ όπου $T = \mu N$ και s η μετατόπιση
- Ισορροπία σώματος σημαίνει $\Sigma F = 0$
- Ένα σώμα σταματά να κινείται όταν $u = 0$

Εφαρμογές

1. Σώμα μάζας $m_1=2\text{kg}$ κινούμενο με ταχύτητα $u_1=2\text{m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ που κινείται αντίθετα με $u_2=3\text{m/s}$.

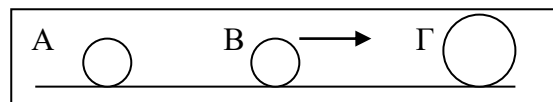
A. Ποιες οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση;

B. Ποια η μεταβολή της ορμής και κινητικής ενέργειας του κάθε σώματος και του συστήματος;

Απ: α. $u_1' = -\frac{4}{3}\text{m/s}$, $u_2' = \frac{11}{3}\text{m/s}$, β. $-20/3\text{kg}\cdot\text{m/s}$, $+20/3\text{kg}\cdot\text{m/s}$, 0 , $-20/9\text{J}$, $+20/9\text{J}$

2. Δίνονται τα τρία σώματα A, B και Γ του σχήματος με μάζες $m_A=2\text{m}$, $m_B=m$ και $m_\Gamma=3\text{m}$.

Δίνουμε στο σώμα B ταχύτητα u_0 με φορά προς το



Γ. Αν όλες οι κρούσεις που ακολουθούν είναι κεντρικές και ελαστικές να υπολογιστούν οι ταχύτητες που αποκτούν τελικά τα σώματα

Απ: $u_\Gamma = u_0/2$, $u_B = u_0/6$, $u_\Gamma = -u_0/3$

3. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{kg}$ κινείται προς ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=2\text{kg}$. Όταν η απόσταση των σωμάτων είναι $x=1,3\text{m}$, το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 είναι $u_0=7\text{m/s}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου είναι $\mu=0,5$, να υπολογιστούν:

A. Το μέτρο της ταχύτητας u_1 του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το Σ_2

B. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση

Γ. Το ρυθμό παραγωγής θερμότητας εξαιτίας της τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ_1 και του δαπέδου αμέσως μετά την κρούση

Δ. Το διάστημα που διανύει το σώμα Σ_2 μέχρι να σταματήσει

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 6m/s , β. -2m/s , 1m/s , γ. 10J/s , δ. 10m

4. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ και ύψους $h=7\text{m}$, αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας $m_1=m$. Μετά από χρόνο $t_1=3\text{s}$, το σώμα συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=m$ που κρατείται ακίνητο. Αν τα σώματα παρουσιάζουν με το επίπεδο τριβή με

συντελεστή $\mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$, να υπολογιστούν:

A. Η ταχύτητα του συσσωματώματος όταν φτάνει στη βάση

B. Η % απώλεια ενέργειας κατά την κρούση

Απ: α. β.

5. Σώμα Σ μάζας $m_1=2\text{kg}$ ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$. Από ύψος $h=1,8\text{m}$ πάνω από το Σ αφήνεται σφαίρα μάζας $m_1=1\text{kg}$, η οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ . Να υπολογιστούν:

A. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη στιγμή που συγκρούεται με το σώμα Σ

B. Τα μέτρα των ταχυτήτων της σφαίρας και του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση

Γ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ , όταν το ελατήριο βρίσκεται στη μέγιστη συσπίρωσή του

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 6m/s , β. -2m/s , 4m/s , γ. -80N

6. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k , σώμα μάζας $m_2=2\text{kg}$ και το σύστημα ισορροπεί. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση $s=1,6\text{m}$ ρίχνεται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1=0,4\text{kg}$ με

αρχική ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$. Η ευθεία κίνησης του κέντρου μάζας του σώματος m_1 ταυτίζεται με τον άξονα του ελατηρίου. Τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Μετά την κρούση το ελατήριο μόλις αποκτά το φυσικό του μήκος. Να υπολογιστούν:

- A. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 αμέσως μετά την κρούση
 B. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_2 αμέσως μετά την κρούση
 Γ. Η σταθερά του ελατηρίου

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. β. 1m/s , γ. 50N/m

7. Ιδανικό ελατήριο είναι τοποθετημένο στη βάση πλαγίου επιπέδου, γωνίας $\phi=30^\circ$, με το κάτω του άκρο στερεωμένο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σώμα μάζας $m_2=4\text{kg}$ και το σύστημα ισορροπεί. Από την κορυφή του πλαγίου επιπέδου ρίχνεται προς τα κάτω σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ με αρχική ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$ που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα μάζας m_1 αφού διανύσει διάστημα $s=2\text{m}$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα μάζας m_2 . μετά την κρούση η επιπλέον συσπίρωση του ελατηρίου είναι $x=0,2\text{m}$. Να υπολογιστούν:

- A. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_1 αμέσως πριν την κρούση
 B. Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων ακριβώς μετά την κρούση
 Γ. Η σταθερά του ελατηρίου

Δ. Η μέγιστη τιμή της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα μάζας m_2 .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 6m/s , β. $2,4\text{m/s}$, $3,6\text{m/s}$, γ. δ.

8. Σφαίρα μάζας $m_1=m$ κρέμεται με νήμα μήκους $l=1,6\text{m}$ από ακλόνητο σημείο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα, ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη, και την αφήνουμε ελεύθερη. Στο κατώτατο σημείο της τροχιάς της, η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με σώμα Σ μάζας $m_2=3m$, που είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu=0,2$. Μετά την κρούση του σώματος Σ ολισθαίνει και διανύει διάστημα $s=1\text{m}$ μέχρι να σταματήσει. Να υπολογιστούν:

- A. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση
 B. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας αμέσως πριν συγκρουστεί με το σώμα Σ
 Γ. Η τιμή της γωνίας θ

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 2m/s , β. 4m/s , γ.

9. Σώμα μάζας $M=1\text{kg}$ είναι προσαρμοσμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα μπορεί να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Μετακινούμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά $x_1=0,2\text{m}$ και όταν το αφήνουμε ελεύθερο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση, βλήμα μάζας $m=0,005\text{kg}$ κινούμενο κατά τη θετική φορά με ταχύτητα $v_1=400\text{m/s}$ προσκρούει στο σώμα και εξέρχεται απ' αυτό με ταχύτητα μέτρου $v_2=100\text{m/s}$.

A. Για την ταλάντωση του σώματος πριν την κρούση υπολογίστε:

- τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης
- Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος

B. Για την ταλάντωση του σώματος μετά την κρούση:

- Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης
- Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος συναρτήσει του χρόνου αν για $t=0$ θεωρήσουμε τη στιγμή της κρούσης

Απ: α: 1. 2. β: 1. 2.

10. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο και στο κάτω άκρο κρέμεται σώμα Σ_1 μάζας $M=2\text{kg}$ που ισορροπεί. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m=2\text{kg}$ ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω από σημείο που απέχει απόσταση $h=1,4\text{m}$ κάτω από το σώμα A, με αρχική ταχύτητα $u_0=8\text{m/s}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Να υπολογιστούν:

- A. Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 λίγο πριν συγκρουστεί με το Σ_1
 B. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
 Γ. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας λόγω της κρούσης και το % της αρχικής ενέργειας του Σ_2 που αντιστοιχεί
 Δ. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

11. Ένα κομμάτι ξύλου μάζας $M=1,98\text{kg}$ είναι δεμένο με νήμα σε ακλόνητο σημείο και ισορροπεί με το νήμα κατακόρυφο. Ένα βλήμα μάζας $m=0,02\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_0=100\text{m/s}$ και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας του σώματος. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ανυψώνεται σε ύψος h πάνω από την αρχική θέση ισορροπίας του ξύλου. Να βρεθούν:

- A. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
 B. Η ανύψωση h του συσσωματώματος
 Γ. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. β. γ.

12. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ κινούνται ευθύγραμμα με ταχύτητες $u_1=15\text{m/s}$ και $u_2=80\text{m/s}$ αντίστοιχα. Οι διευθύνσεις που κινούνται οι σφαίρες σχηματίζουν γωνία $\phi=60^\circ$. Κάποια στιγμή οι σφαίρες συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογιστούν:

- A. Η ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα μετά την κρούση
 B. Η απώλεια ενέργειας κατά την κρούση

Απ: α. β.

13. Ένα βλήμα μάζας $m=0,05\text{kg}$ κινείται σε οριζόντια διεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $u_0=80\sqrt{3}\text{m/s}$ και σφηνώνεται σε ξύλινο κύβο που έχει μάζα $M=0,95\text{kg}$ και ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$. Να βρεθούν:

- A. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση
 B. Η απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα μέχρι να ξανασταματήσει.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου $\mu=\frac{\sqrt{3}}{6}$

Απ: α. β.

Ασκήσεις

1. Δύο σφαίρες A και B με μάζες $m_1=m_2=m$ που κινούνται με ταχύτητες $u_1=10\text{m/s}$ και $u_2=20\text{m/s}$ αντίστοιχα, της ίδιας φοράς συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Να βρεθούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση

Απ: 20m/s , 10m/s

2. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ έχουν ταχύτητες $u_1=9\text{m/s}$ και $u_2=3\text{m/s}$ και κινούνται αντίρροπα στην ίδια διεύθυνση. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και τελείως ελαστικά. Να βρεθούν:

A. Οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση

B. Το % ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της κάθε σφαίρας

Απ: α. -7m/s , 5m/s , β. $-39,5\%$, $+177,78\%$

3. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου $u_1=40\text{m/s}$ και $u_2=20\text{m/s}$ αντίστοιχα που έχουν την ίδια φορά. Αν η κρούση των σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση

Απ: $u_1'=32\text{m/s}$, $u_2'=52\text{m/s}$

4. Σφαίρα μάζας $m_1=6\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1=20\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2=4\text{kg}$. Να βρεθούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση

Απ: 4m/s , 24m/s

5. Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα $u_1=10\text{m/s}$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα τριπλάσιας μάζας. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση

Απ: -5m/s , 5m/s

6. Σφαίρα A μάζας $m_1=2\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας m_2 . Αν μετά την κρούση το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας A είναι $u_1' =$

$\frac{u_1}{3}$, να βρεθεί η μάζα της σφαίρας B αν:

A. Η u_1' είναι ομόρροπη της u_1

B. Η u_1' είναι αντίρροπη της u_1

Απ: α. 1kg , β. 4kg

7. Μία ελαστική σφαίρα μάζας $m_1=2\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα u_1 , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα μάζας $m_2=1\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u_2=2\text{m/s}$. Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα u_1 ώστε η δεύτερη σφαίρα μετά την κρούση να ακινητοποιηθεί;

Απ: $0,5\text{m/s}$

8. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες M και m αντίστοιχα ηρεμούν σε μικρή απόσταση μεταξύ τους πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μία τρίτη σφαίρα Σ_3 μάζας m κινείται κατά μήκος της ευθείας που περνάει από τα κέντρα των δύο άλλων σφαιρών, με ταχύτητα $u_0=12\text{m/s}$, και συγκρούεται με τη σφαίρα Σ_2 . Αν όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές να υπολογιστούν οι τελικές ταχύτητες των σφαιρών στις εξής περιπτώσεις;

A. $m=M$

B. $m=2M$

Γ. $m=\frac{M}{2}$

Απ: α. $u_1'=12\text{m/s}$, $u_2'=0$, $u_3'=0$, β. $u_1'=16\text{m/s}$, $u_2'=4\text{m/s}$, $u_3'=0$ γ. $u_1'=8\text{m/s}$, $u_2'=-4\text{m/s}$, $u_3'=0$

9. Ένα σώμα μάζας $m_1=2$ Kg συγκρούεται ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα μάζας m_2 και συνεχίζει να κινείται στην αρχική διεύθυνση με το $1/4$ της αρχικής του ταχύτητας. Να υπολογιστεί η μάζα του δευτέρου σώματος.

Απ: $m_2=1,2$ Kg

10. Ελαστική σφαίρα μάζας $m_1=2$ Kg συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σφαίρα μάζας $m_2=1$ Kg που κινείται με ταχύτητα $u_2=4$ m/s. Υπολογίστε την ταχύτητα της πρώτης σφαίρας ώστε η δεύτερη να μένει ακίνητη μετά την κρούση

Απ: $u_1=1$ m/s

11. Μικρή σφαίρα Α μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται ελαστικά με άλλη σφαίρα Β μάζας m_2 που είναι ακίνητη. Να βρεθούν:

α. Οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση συναρτήσει της ταχύτητας u_1 και του λόγου των μαζών $\lambda=m_1/m_2$

β. Να υπολογιστεί ο λόγος των κινητικών ενεργειών K_1'/K_2' μετά την κρούση συναρτήσει του λόγου λ

γ. Για ποια τιμή του λόγου λ ολόκληρη η κινητική ενέργεια της σφαίρας Α μεταβιβάζεται στη σφαίρα Β;

Απ: α. $u_1' = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} u_1$, $u_2' = \frac{2\lambda}{\lambda + 1} u_1$, β. $(\lambda - 1)^2 / 4\lambda$, γ. $\lambda = 1$

12. Τρεις ελαστικές σφαίρες με μάζες $m_1=m$, $m_2=2m$, $m_3=m/2$ ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο με τα κέντρα τους σε ευθεία. Δίνουμε στην πρώτη σφαίρα ταχύτητα u_0 , η οποία συγκρούεται με τη δεύτερη και στη συνέχεια η δεύτερη με την τρίτη. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση τους.

Απ: $u_1 = -u_0/3$, $u_2 = 2u_0/5$, $u_3 = 16u_0/15$

13. Μάζα m_1 κινείται με ταχύτητα u_1 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 που κρέμεται από νήμα μήκους l . Αν το σώμα m_2 ανεβαίνει κατά h μετά την κρούση, να υπολογιστεί η ταχύτητα u_1 συναρτήσει του h και του λόγου $K=m_1/m_2$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g .

Απ: $u_1 = \frac{K + 1}{K} \sqrt{2gh}$

14. Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες m_1 και m_2 δένονται με νήματα μήκους l και κρέμονται ώστε να βρίσκονται σε επαφή με τα νήματα κατακόρυφα. Εκτρέπουμε τη σφαίρα Α από την κατακόρυφη, ώστε να ανυψωθεί κατά $h=1,25$ m και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν περνά από την αρχική της θέση συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα Β. Να βρεθούν τα ύψη που ανεβαίνουν οι δύο σφαίρες μετά την κρούση τους αν:

A. $m_1=m_2$

B. $m_1=2m_2$

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s²

Απ: α. $h_1'=0$, $h_2'=1,25$ m, β. $h_1'=\frac{5}{36}$ m, $h_2'=\frac{20}{9}$ m

15. Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες $m_1=2m$ και $m_2=m$, δένονται με νήματα μήκους $l=0,5$ m και κρέμονται ώστε να βρίσκονται σε επαφή με τα νήματα κατακόρυφα. Εκτρέπουμε τη σφαίρα Α από την κατακόρυφη, ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία $\phi=60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν περνά από την αρχική της θέση συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα Β. Να βρεθούν τα ύψη που ανεβαίνουν οι δύο σφαίρες μετά την κρούση τους.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$

Απ: $1/36\text{m}$, $4/9\text{m}$

16. Δύο σφαιρίδια με μάζες m_1 και m_2 είναι κρεμασμένα με νήματα του ίδιου μήκους, ώστε στη θέση ισορροπίας τα νήματα να είναι κατακόρυφα και τα σφαιρίδια να εφάπτονται. Εκτρέπουμε τα σφαιρίδια εκατέρωθεν της κατακόρυφου κατά γωνίες ϕ και θ αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα. Αν η κρούση των σωμάτων γίνει στη θέση ισορροπίας τους και είναι κεντρική και ελαστική, να βρεθεί ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων ώστε τα σφαιρίδια μετά την κρούση τους να επανέρχονται στις αρχικές γωνιακές τους θέσεις.

$$\text{Απ: } \frac{m_1}{m_2} = \sqrt{\frac{1 - \sigma \nu \theta}{1 - \sigma \nu \phi}}$$

17. Σώμα μάζας $m_1=m$ που κινείται με ταχύτητα $u_1=4\text{m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $m_2=3\text{m}$. Να υπολογιστούν:

A. Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση

B. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 μετά την κρούση, προς την κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 πριν την κρούση

Γ. Η σχέση των μαζών m_1 και m_2 των δύο σωμάτων, ώστε μετά την κρούση το σώμα μάζας m_2 να έχει μέγιστη κινητική ενέργεια

$$\text{Απ: } \alpha. u_1' = -2\text{m/s}, u_2' = 2\text{m/s}, \beta. 0,75, \gamma. \frac{m_1}{m_2} \gg 1$$

18. Σφαίρα μάζας $m_1=4\text{ Kg}$ δένεται στην ελεύθερη άκρη σχοινιού μήκους $l=1\text{ m}$. Εκτρέπουμε το σχοινί από την κατακόρυφη κατά γωνία $\phi=60^\circ$ και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα περνά από την κατακόρυφη θέση συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2=1\text{ Kg}$ που βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο. Να βρεθούν:

α. Το διάστημα που κινείται το σώμα m_2 πάνω στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,2$.

β. Η μέγιστη γωνία που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφη μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

Απ: α. $6,4\text{ m}$, β. $\sigma \nu \theta=0,82$

19. Πάνω στην οριζόντια επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης βρίσκεται ακίνητο σώμα A με μάζα $m_1=3\text{ Kg}$. Πάνω του χτυπάει άλλο σώμα B που έχει μάζα $m_2=5\text{ Kg}$. Η κρούση θεωρείται κεντρική και ελαστική. Αν το σώμα A διατρέχει στον πάγο διάστημα $s_1=60\text{ m}$ μέχρι να σταματήσει και συντελεστής τριβής του με τη λίμνη είναι $\mu=0,02$, να υπολογιστεί η ταχύτητα που είχε το σώμα B τη στιγμή της σύγκρουσης. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

Απ: $u_2=1,6\sqrt{6}\text{ m/s}$

20. Σώμα A μάζας m_1 έχει ταχύτητα u_0 όταν απέχει $\chi=1\text{m}$ από αρχικά ακίνητο σώμα B μάζας $m_2=2m_1$. Μετά την κρούση που είναι κεντρική και ελαστική το σώμα A επιστρέφει και σταματά στην αρχική του θέση. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο σωμάτων και του δαπέδου είναι $\mu=0,5$, να υπολογιστούν:

A. Η αρχική ταχύτητα u_0 του σώματος A

B. Το διάστημα που θα διανύσει το δεύτερο σώμα μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 10m/s β. 4m

21. Σώμα μάζας $m=1\text{ Kg}$ είναι κρεμασμένο από νήμα μήκους $l=1,25\text{ m}$. Εκτρέπουμε το νήμα κατά γωνία 90° ως προς την κατακόρυφο και το αφήνουμε ελεύθερο. Τη στιγμή που περνά από την

κατακόρυφη συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με σώμα μάζας $M=4\text{ Kg}$ που είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=1000\text{ N/m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο. Να βρεθούν:

- α. Η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου
β. Η μέγιστη απόκλιση του νήματος μετά την κρούση.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής του σώματος M με το επίπεδο $\mu=0,1$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$.

Απ: α. $12,25\text{ cm}$, β. $\text{συνφ}=0,64$

22. Σώμα μάζας $M=4\text{kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Άλλο σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$, στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα μάζας M . Να βρεθούν:

- A. Το % ποσοστό της απώλειας της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 λόγω της κρούσης
B. Τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου

Απ: α. 64% , β. $1,6\text{m}$

23. Δύο σώματα με ίσες μάζες m είναι δεμένα στα δύο άκρα ελατηρίου σταθεράς K και ισορροπούν πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τρίτο σώμα ίδιας μάζας m κινείται στη διεύθυνση του ελατηρίου και πέφτει με ταχύτητα u_0 πάνω στο πρώτο σώμα. Αν η κρούση είναι ελαστική και μετωπική, να υπολογιστούν:

- α. Οι ταχύτητες όλων των σωμάτων όταν το ελατήριο έχει μέγιστη συσπίρωση
β. Η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου

Απ: α. $u'=0$, $u_1=u_2=u_0/2$, β. $\chi=u_0\sqrt{\frac{m}{2K}}$

24. Σώμα μάζας $M=4\text{ Kg}$ είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=200\text{ N/m}$ που το κάτω του άκρο είναι στερεωμένο σε οριζόντιο τραπέζι. Από ύψος $h_1=1,8\text{ m}$ πάνω από το πάνω άκρο του σώματος αφήνεται ελεύθερο σώμα μάζας $m=1\text{ Kg}$, που συγκρούεται ελαστικά με το σώμα M και αναπηδά. Να βρεθούν:

- α. Το ύψος στο οποίο ανέρχεται το σώμα m μετά την κρούση του υπολογισμένο ως προς την αρχική θέση του M
β. Η μέγιστη συσπίρωση που προκαλείται στο ελατήριο.

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

Απ: α. $h_2=0,648\text{ m}$, β. $0,34\text{ m}$

25. Σώμα Α μάζας $M=4\text{kg}$ ισορροπεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Από ύψος $h=5\text{m}$ πάνω από το σώμα Α αφήνουμε να πέσει άλλο σώμα Β μάζας $m=1\text{kg}$. Η κρούση των σωμάτων είναι κεντρική και ελαστική. Να υπολογιστεί η επιπλέον συσπίρωση του ελατηρίου

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: $0,8\text{m}$

26. Σώμα Α μάζας $m_1=1\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1=10\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο σώμα Β μάζας $m_2=4\text{kg}$. Μετά την κρούση το σώμα Α κινείται προς κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική με ταχύτητα $u=6\text{m/s}$.

A. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Β μετά την κρούση

B. Να προσδιοριστεί το είδος της κρούσης

Απ: α. 4m/s , β. ελαστική

27. Σώμα μάζας $M=11\text{kg}$ ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u_1=60\text{m/s}$ συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του συσσωματώματος και του οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu=0,2$, να βρεθούν:

- A. Το διάστημα που κινείται το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει
B. Το συνολικό ποσό θερμότητας που παράγεται σ' αυτό το φαινόμενο

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 6,25m, β. 1800J

28. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ στερεώνεται με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας $m_2=4,5\text{kg}$. Το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του πλαγίου επιπέδου εκτοξεύεται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1=0,5\text{kg}$ με αρχική ταχύτητα $u_0=6\text{m/s}$ που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 μηδενίζεται στιγμιαία τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος. Αν η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $s=1,1\text{m}$ να υπολογιστούν:

- A. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_1 τη στιγμή που συγκρούεται με το σώμα μάζας m_2 .

- B. Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση

- Γ. Η σταθερά του ελατηρίου

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 5m/s, β. $u_1'=-4\text{m/s}$, $u_2'=1\text{m/s}$, γ. 112,5N/m

29. Δύο σφαίρες A και B με μάζες $m_1=0,8\text{kg}$ και $m_2=0,2\text{kg}$ αντίστοιχα κινούνται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες που έχουν μέτρα $u_1=10\text{m/s}$ και $u_2=5\text{m/s}$ αντίστοιχα, την ίδια διεύθυνση και αντίθετες φορές. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Να υπολογιστούν:

- A. Η κοινή ταχύτητα των σφαιρών μετά την κρούση

- B. Το % ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση

Απ: α. 7m/s, β. 57,6%

30. Σώμα μάζας $M=4\text{Kg}$ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=80\text{g}$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $u_0=500\text{m/s}$ σφηνώνεται στο σώμα. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,6$, να βρεθεί το διάστημα που κινείται το συσσωμάτωμα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απ: $s=8\text{m}$

31. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα u_0 και σφηνώνεται σε σώμα μάζας M που είναι δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς K , και βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Αν το ελατήριο συσπειρώνεται κατά d και δεν υπάρχουν τριβές να υπολογιστεί η ταχύτητα u_0 .

Απ: $u_0 = \frac{d}{m} \sqrt{K(M+m)}$

32. Σφαίρα μάζας $m=0,1\text{Kg}$ εκτοξεύεται εναντίον δύο ακίνητων κιβωτίων με μάζες $m_1=5\text{Kg}$ και $m_2=2,9\text{Kg}$, που βρίσκονται ακίνητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα παρουσιάζουν με το επίπεδο τριβή συντελεστή $\mu=0,1$. Η σφαίρα διαπερνά το κιβώτιο μάζας m_1 και στη συνέχεια σφηνώνεται στο κιβώτιο μάζας m_2 . Μετά την κρούση τα κιβώτια μετατοπίζονται κατά διαστήματα $s_1=18\text{m}$ και $s_2=32\text{m}$ αντίστοιχα μέχρι να σταματήσουν. Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απ: $u_0=540\text{m/s}$

33. Σφαίρα μάζας $m_1=0,1$ Kg κινείται με σταθερή ταχύτητα και σφηνώνεται κατά $s_1=5$ cm σε σώμα μάζας $m_2=2$ Kg που συγκρατείται σταθερά πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Να βρεθεί πόσο θα σφηνωθεί η σφαίρα στο σώμα αν τη ρίξουμε ξανά με την ίδια ταχύτητα αλλά το σώμα είναι ελεύθερο να κινηθεί χωρίς τριβές πάνω στο επίπεδο. Θεωρούμε ότι και στις δύο περιπτώσεις η αντίσταση από το σώμα στη σφαίρα είναι η ίδια και σταθερή.

Απ: $s_2=4,7$ cm

34. Σώμα μάζας $M=10$ Kg κρέμεται από το κάτω μέρος κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=1000$ N/m που το άλλο του άκρο στερεώνεται. Άλλο σώμα μάζας $m=5$ Kg κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και λίγο πριν συγκρουστεί έχει ταχύτητα $u_0=12$ m/s. Να βρεθεί πόσο θα ανυψωθεί το σύστημα των δύο σωμάτων αν η κρούση τους είναι κεντρική και πλαστική.

Δίνεται $g=10$ m/s².

Απ: $h=0,44$ m

35. Σώμα Α μάζας $M=4$ Kg είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $K=100$ N/m, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οριζόντιο τραπέζι. Από ύψος $h=1,25$ m πάνω από το πάνω άκρο του σώματος Α και στην ίδια διεύθυνση με τον άξονα του ελατηρίου, αφήνεται ελεύθερο άλλο σώμα Β μάζας $m=1$ Kg που συγκρούεται πλαστικά με το Α. Να υπολογιστεί η μέγιστη επιπλέον παραμόρφωση του ελατηρίου.

Δίνεται $g=10$ m/s².

Απ: $\chi=0,34$ m

36. Ένας δίσκος μάζας $M=14$ kg έχει στερεωθεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=1400$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο και το σύστημα ισορροπεί. Από ύψος $h_1=0,8$ m πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μία μπάλα μάζας $m=2$ kg. Η μπάλα κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται κεντρικά με το δίσκο. Μετά την κρούση η μπάλα φτάνει σε ύψος $h_2=0,45$ m πάνω από τη θέση ισορροπίας του δίσκου. Να υπολογιστούν:

A. Η ταχύτητα της μπάλας λίγο πριν και αμέσως μετά τη σύγκρουσή της με το δίσκο

B. Η επιπλέον συσπίρωση του ελατηρίου

Δίνεται $g=10$ m/s²

Απ: α. 4m/s, 3m/s, β. 0,42m

37. Ένα κομμάτι ξύλο μάζας $M=0,6$ kg κρέμεται κατακόρυφα από την οροφή με τη βοήθεια ελατηρίου σταθεράς $k=30$ N/m. Ένα βλήμα μάζας $m=0,2$ kg κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω και στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου σφηνώνεται στο ξύλο. Αν το συσσωμάτωμα ανεβαίνει σε απόσταση τριπλάσια της αρχικής επιμήκυνσης του ελατηρίου, να βρεθούν:

A. Η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση

B. Η ταχύτητα του συσσωματώματος όταν περνά από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου

Δίνεται $g=10$ m/s²

Απ: α. 19,2J, β. 3,67m/s

38. Στο κάτω άκρο ενός κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$, στερεώνεται ελατήριο σταθεράς $K=1000$ N/m, με το άξονά του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου τοποθετείται σώμα μάζας $m_1=10$ Kg και ισορροπεί. Από το πάνω άκρο του επιπέδου αφήνεται ελεύθερο σώμα μάζας $m_2=6$ Kg να κινηθεί χωρίς τριβές κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $s=1,6$ m. Αν η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική και κεντρική, να υπολογιστεί η επιπλέον συσπίρωση του ελατηρίου.

Δίνεται $g=10$ m/s².

Απ: $\chi=0,4$ m

39. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ στερεώνεται με ιδανικό ελατήριο σώμα μάζας $m_1=2$ Kg και ισορροπεί. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω κατά τη διεύθυνση του ελατηρίου σώμα μάζας $m_2=3$ Kg με αρχική ταχύτητα $u_0=5$ m/s. Αυτό συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_1 . Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $s=0,9$ m. Αν η μέγιστη μετακίνηση του συσσωματώματος είναι κατά $x=0,2$ m πιο πάνω από την αρχική θέση του σώματος m_1 , να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.

Δίνεται $g=10$ m/s² και οι τριβές αμελητέες.

Απ: $K=570$ N/m

40. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους $h=1,6$ m και γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$, αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας $m_1=1$ Kg. Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο κινείται μέχρι να συγκρουστεί πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=4$ Kg. Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντά και συσπειρώνει ιδανικό οριζόντιο ελατήριο που έχει μόνιμα

στερεωμένο το ένα του άκρο. Αν ο συντελεστής τριβής στο κεκλιμένο επίπεδο είναι $\mu=\frac{\sqrt{3}}{4}$, να

υπολογιστούν:

α. Η συσπίρωση του ελατηρίου

β. Το % ποσοστό της ελάττωσης της αρχικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 κατά την ολίσθησή του στο κεκλιμένο επίπεδο.

Δίνονται $g=10$ m/s², $K=1000$ N/m και ότι το σώμα m_2 ήταν αρχικά ακίνητο.

Απ: α. $x=4$ cm, β. 75%

41. Ένα κομμάτι ξύλου μάζας $M=1,9$ Kg είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους $l=0,9$ m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα στην κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας $m=0,1$ Kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα u_0 , σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα-ξύλο εκτρέπεται ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την κατακόρυφη θέση του να είναι $\phi=60^\circ$. Να υπολογιστούν:

α. Η ταχύτητα u_0 του βλήματος

β. Το % ποσοστό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση.

Δίνεται $g=10$ m/s².

Απ: α. $u_0=60$ m/s, β. 95%

42. Συσπειρώνουμε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k=600$ N/m κατά $x=0,2$ m και δένουμε σ' αυτό σώμα μάζας $m_1=2$ kg. Κατόπιν το σώμα αφήνεται ελεύθερο και όταν φτάσει στη θέση που ορίζει το φυσικό μήκος του ελατηρίου συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=1$ kg. Να βρεθούν:

A. Η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση

B. Η επιμήκυνση του ελατηρίου μετά την κρούση

Γ. Το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας που χάνεται κατά την κρούση

Δίνεται ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου $\mu=0,4$ και $g=10$ m/s²

Απ: α. 2,15 m/s, β. 0,13 m, γ. 32,3%

43. Πάνω σε οριζόντιο επίπεδο υπάρχει ορθογώνια σφήνα ABΓ βάσης AB με $A=90^\circ$ και $B=60^\circ$ που έχει μάζα $M=50$ Kg. Σφαίρα μάζας $m=10$ Kg κινείται οριζόντια με $u_0=3$ m/s και συγκρούεται ελαστικά με τη διαγώνιο της σφήνας.

α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας και της σφήνας μετά την κρούση αν η σφήνα μπορεί να κινηθεί χωρίς τριβές

β. Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση αν η σφήνα είναι στερεωμένη

Απ: α. $u_1=0,6$ m/s, $u_2=2,68$ m/s, β. $u=3$ m/s

44. Σφαίρα Α με μάζα $m_1=0,1$ Kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $u_1=0,2$ m/s. Άλλη σφαίρα Β μάζας $m_2=0,025$ Kg κινείται στο ίδιο επίπεδο αλλά σε διεύθυνση κάθετη της σφαίρας Α, με ταχύτητα $u_2=0,5$ m/s. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και σχηματίζουν σώμα Γ. Να βρεθεί το μέτρο και η διεύθυνση που αποκτά το σώμα Γ.

Απ: $u=0,188$ m/s, $\epsilon\phi\theta=0,625$

45. Μία σφαίρα Α μάζας m , που κινείται με ταχύτητα $u_1=10\sqrt{3}$ m/s συγκρούεται ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα Β μάζας $2m$. Αν μετά την κρούση η σφαίρα Α κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική, να βρείτε τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση.

Απ: $u_1'=10$ m/s, $u_2'=10$ m/s, $\phi=30^\circ$

46. Α. Να αποδείξετε ότι κατά την μη μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών με ίσες μάζες, από τις οποίες η μία αρχικά είναι ακίνητη, μετά την κρούση η σφαίρες θα κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.

Β. Να αποδείξετε και την αντίστροφη πρόταση, δηλαδή αν ένα κινούμενο και ένα ακίνητο σώμα συγκρουστούν ελαστικά μη μετωπικά και μετά την κρούση η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις των ταχυτήτων τους είναι 90° , τότε τα σώματα έχουν ίσες μάζες.

47. Ένα μόριο αερίου που κινείται με ταχύτητα $u_0=300$ m/s, συγκρούεται ελαστικά με άλλο ακίνητο μόριο ίδιας μάζας που αρχικά ηρεμεί. Μετά την κρούση το πρώτο μόριο κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\phi=30^\circ$ με την αρχική διεύθυνση. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κάθε μορίου μετά την κρούση και η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση του δευτέρου μορίου με την αρχική διεύθυνση.

Απ: $u_1=260$ m/s, $u_2=150$ m/s, $\theta=60^\circ$

48. Δύο σώματα ίδιας μάζας m και ίδιας ταχύτητας u_0 κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία ϕ . Αν η κρούση είναι πλαστική και μετά την κρούση το κοινό σώμα κινείται με

ταχύτητα $u=u_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$, να βρεθεί η γωνία ϕ .

Απ: $\phi=60^\circ$

49. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=1$ kg και $m_2=2$ kg κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρου $u_1=4$ m/s και $u_2=2$ m/s αντίστοιχα και με διευθύνσεις που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\phi=60^\circ$. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση

β. την απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών εξαιτίας της κρούσης

Απ: α. $4\sqrt{3}/3$ m/s, β. 4J

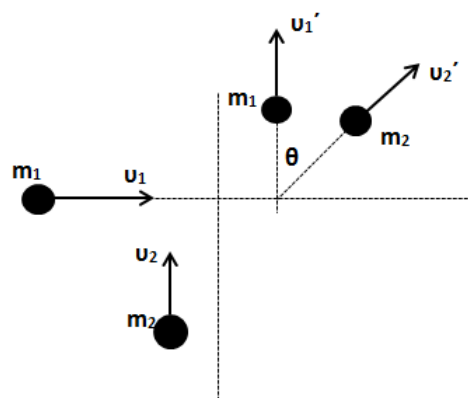
50. Δύο μικρές σφαίρες (1) και (2) με μάζες $m_1=2$ kg και $m_2=4$ kg κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρου $u_1=12$ m/s και $u_2=10$ m/s

αντίστοιχα, οι διευθύνσεις των οποίων σχηματίζουν γωνία 90° .

Οι δύο σφαίρες συγκρούονται πλάγια και ανελαστικά. Μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας (1) σχηματίζει γωνία 90° με την αρχική της διεύθυνση, ενώ η ταχύτητα της σφαίρας (2) σχηματίζει γωνία $\theta=45^\circ$ με την αρχική της διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας (2) μετά την κρούση

β. το ποσοστό επί τοις % της απώλειας μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της κρούσης



γ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας (1) εξαιτίας της κρούσης

Απ: α. $6\sqrt{2}\text{m/s}$, β. 39,53%, γ. 28,84kgm/s

51. Μία σφαίρα A μάζας $m_1=1\text{kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_1=10\sqrt{2}\text{m/s}$ συγκρούεται έγκεντρα και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B μάζας m_2 . Αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα A αποκτά ταχύτητα $u_1'=10\text{m/s}$ της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία $\phi=45^\circ$ με την αρχική της διεύθυνση (οριζόντια), ενώ η σφαίρα B αποκτά ταχύτητα u_2' , της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία 90° με τη διεύθυνση της ταχύτητας u_1' . Να υπολογίσετε:

α. τη μάζα m_2 της σφαίρας B

β. το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας B μετά την κρούση

γ. το % ποσοστό της ενέργειας της σφαίρας A που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα B εξαιτίας της κρούσης

Απ: α. 1kg, β. 10m/s, γ. 50%

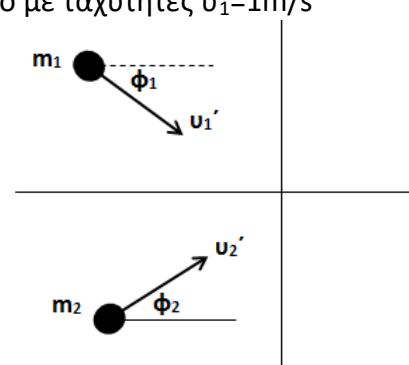
52. Δύο σώματα με μάζες $m_1=m_2=1\text{kg}$ κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $u_1=1\text{m/s}$ και $u_2=2\text{m/s}$, οι οποίες σχηματίζουν με τον άξονα x, γωνίες $\phi_1=60^\circ$ και $\phi_2=30^\circ$ αντίστοιχα. Αν τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά στον άξονα y, να βρείτε:

α. τις ταχύτητες των σφαιρών στον άξονα x μετά την κρούση

β. τις ταχύτητες των σφαιρών στον άξονα y μετά την κρούση

γ. τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση καθώς και τις κατευθύνσεις στις οποίες θα κινηθούν

Απ: α. 0,5m/s, $\sqrt{3}\text{m/s}$, β. 1m/s, $\sqrt{3}/2\text{m/s}$, γ. 1,12m/s, $\epsilon\phi\theta_1=2,1,94\text{m/s}$, $\epsilon\phi\theta_2=0,5$



53. Η σφαίρα A μάζας $m_1=1\text{kg}$ κινούμενη με ταχύτητα $u=\sqrt{3}\text{m/s}$, συγκρούεται ελαστικά και μη μετωπικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2=2\text{kg}$. Μετά την κρούση η σφαίρα A κινείται κάθετα προς την αρχική διεύθυνση. Να βρείτε:

α. τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση καθώς και την κατεύθυνση που θα κινηθεί η σφαίρα B

β. το % ποσοστό της σφαίρας A που μεταφέρθηκε στη σφαίρα B

γ. τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας A εξαιτίας της κρούσης

Απ: α. 1m/s, 1m/s, 30° , β. 200/3%, γ. 2kgm/s

Ερωτήσεις Θεωρίας

1. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν
 - 1.1. Η κινητική ενέργεια ενός σώματος σταθερής μάζας είναι ανάλογη του τετραγώνου της ορμής του.
 - 1.2. Η ολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων αλλάζει, όταν αλλάζουν οι ταχύτητες των σωμάτων.
 - 1.3. Σ' ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων, που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
 - 1.4. Ένα σύστημα σωμάτων μπορεί να έχει κινητική ενέργεια, ενώ η ορμή του συστήματος είναι μηδέν
 - 1.5. Όταν μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια ενός συστήματος τότε μεταβάλλεται και η ορμή του συστήματος
 - 1.6. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται σε τυχαίες μεταξύ τους διευθύνσεις
 - 1.7. Σε ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων οι ορμές των σωμάτων μπορεί να μεταβάλλονται, ενώ η ορμή του συστήματος να διατηρείται σταθερή
 - 1.8. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας
 - 1.9. Σε μια μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων συμβαίνει πάντοτε ανταλλαγή ταχυτήτων
 - 1.10. Η αρχή διατήρησης της ορμής ισχύει μόνον όταν δύο ή περισσότερα σώματα, που αποτελούν μονωμένο σύστημα, συγκρούονται μεταξύ τους.
 - 1.11. Η αρχή διατήρησης της ορμής ισχύει, ανεξάρτητα από το αν οι δυνάμεις μεταξύ των σωμάτων που αποτελούν το μονωμένο σύστημα είναι συντηρητικές ή όχι.
 - 1.12. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων η διαφορά των ταχυτήτων τους πριν την κρούση είναι αντίθετη της διαφοράς των ταχυτήτων μετά την κρούση.
 - 1.13. Η ορμή ενός υλικού σημείου είναι ομόρροπη με την ταχύτητά του.
 - 1.14. Κατά την κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής της ορμής του άλλου σώματος.
 - 1.15. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του άλλου σώματος.
 - 1.16. Στις μετωπικές κρούσεις οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση, έχουν την ίδια διεύθυνση.
 - 1.17. Στην ανελαστική κρούση η ολική κινητική ενέργεια των σωμάτων πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την ολική κινητική τους ενέργεια μετά την κρούση.

1.18. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων ίσων μαζών, παρατηρείται ανταλλαγή ταχυτήτων μεταξύ των σωμάτων.

1.19. Αν κατά την κρούση ελαττώνεται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται, τότε η κρούση είναι ανελαστική

2. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις

2.1. Διατηρείται σταθερή η ορμή ενός συστήματος σωμάτων, όταν το σύστημα είναι ή όταν η συνισταμένη δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι μηδέν.

2.2. Μια κρούση λέγεται ελαστική, όταν του συστήματος διατηρείται σταθερή. Στην πλαστική κρούση διατηρείται σταθερή μόνο του συστήματος.

2.3. Η ολική ορμή ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.

2.4. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων, ίδιας μάζας, γίνεται ταχυτήτων.

2.5. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων, η διαφορά των ταχυτήτων τους πριν την κρούση είναι της διαφοράς των ταχυτήτων τους μετά την κρούση.

2.6. Κατά την πλαστική κρούση τα σώματα μετά την κρούση παραμένουν

2.7. Όταν ένα σώμα συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο πολύ μάζας, η ταχύτητά του περίπου αναστρέφεται.

2.8. Όταν ένα σώμα συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο πολύ μικρότερης μάζας, η ταχύτητά του πρώτου περίπου ενώ το ακίνητο σώμα εκτινάσσεται με περίπου ταχύτητα από αυτήν του πρώτου.

3. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν:

3.1. Οι προτάσεις αναφέρονται στα είδη των κρούσεων

A. Ελαστική ονομάζουμε κάθε κρούση που ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής

B. Ελαστική ονομάζουμε την κρούση στην οποία η ολική κινητική ενέργεια ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων πριν την κρούση είναι ίση με την αντίστοιχη μετά από την κρούση

Γ. Ανελαστική ονομάζουμε την κρούση στην οποία παρατηρείται μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος

Δ. Ανελαστική ονομάζουμε την κρούση στην οποία έχουμε μείωση της ορμής του συστήματος

3.2. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών με συγκρίσιμες μάζες:

A. Η ορμή κάθε σφαίρας διατηρείται

B. Η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας διατηρείται

Γ. Η μεταβολή της ορμής μιας σφαίρας είναι αντίθετη από τη μεταβολή της ορμής της άλλης

Δ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της μιας είναι ίση με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της άλλης

3.3. Οι προτάσεις αναφέρονται στα είδη των κρούσεων

A. Στις μετωπικές κρούσεις δύο σφαιρών οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση έχουν την ίδια διεύθυνση

B. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή

Γ. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η ενέργεια του συστήματος μεταβάλλεται

Δ. Αν η μετωπική κρούση δύο σφαιρών με ίσες μάζες είναι ελαστική, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες

3.4. Σε κάθε κρούση μεταξύ δύο σφαιρών μεταβάλλεται:

A. Η ορμή κάθε σφαίρας

B. Η ορμή του συστήματος των σφαιρών

Γ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών

Δ. Το μέτρο της ταχύτητας της κάθε σφαίρας

3.5. Δύο σφαίρες A και B με μάζες $m_1=3m$ και $m_2=m$ αντίστοιχα, κινούνται αντίθετα με ταχύτητες που έχουν μέτρα $v_1=v_2=v_0$. Μετά την μετωπική και ελαστική κρούση η σφαίρα A παραμένει ακίνητη.

A. Η σφαίρα B μετά την κρούση θα κινηθεί με ταχύτητα μέτρου $2v_0$

B. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας A στη διάρκεια της κρούσης έχει αλγεβρική τιμή $\Delta p_1=-3mv_0$

Γ. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας A στη διάρκεια της κρούσης είναι ίση με τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας B

3.6. A. Αν δύο σώματα ίδιας μάζας που κινούνται με αντίθετες ταχύτητες συγκρουστούν πλαστικά, θα προκύψει συσσωμάτωμα μηδενικής ταχύτητας

B. Η αρχή διατήρησης της ορμής σε μία πλαστική κρούση ισχύει μόνο αν το σύστημα των συγκρουόμενων σωμάτων η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν

Γ. Κατά την μετωπική σύγκρουση νετρονίων με ακίνητους πυρήνες ατόμων υδρογόνου, τα νετρόνια ακινητοποιούνται αν η κρούση είναι ελαστική

Δ. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων η παραγόμενη θερμότητα είναι μηδέν

3.7. Όταν δύο σώματα συγκρούονται ελαστικά τότε:

A. Η ορμή του κάθε σώματος μεταβάλλεται

B. Η ορμή του συστήματος διατηρείται

Γ. Η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος μεταβάλλεται

Δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται

3.8. A. Όταν οι ταχύτητες των κέντρων μάζας δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες, τότε η κρούση είναι έκκεντρη

B. Αντίθετα από ότι συμβαίνει στον μακρόκοσμο, στον μικρόκοσμο έχουμε κρούσεις απολύτως ελαστικές

Γ. Όταν δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά η ορμή του συστήματος ελαττώνεται

Δ. Όταν δύο σφαίρες με ίσες μάζες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες

3.9. Κατά την πλάγια ελαστική κρούση μικρής ελαστικής σφαίρας με κατακόρυφο τοίχο:

A. Η συνιστώσα της ταχύτητας που είναι κάθετη στον τοίχο έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά πριν και μετά την κρούση

- γ. έχουν συνισταμένη μεγαλύτερη του μηδενός.
- δ. έχουν μηδενική συνισταμένη.

4.7. Όταν σ' ένα σώμα ασκείται σταθερή δύναμη, τότε

- α. η ταχύτητά του διατηρείται σταθερή.
- β. η ορμή του διατηρείται σταθερή.
- γ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του διατηρείται σταθερός.
- δ. ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του διατηρείται σταθερός.

4.8. Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων που συγκρούονται παραμένει σταθερή διότι:

- A. Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι συντηρητικές
- B. Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα δεν παράγουν έργο
- Γ. Οι ωθήσεις των εξωτερικών δυνάμεων αν ασκούνται είναι αμελητέες
- Δ. Οι ωθήσεις των εσωτερικών δυνάμεων είναι αμελητέες

4.9. Κατά τη διάρκεια της κρούσης δύο σωμάτων, διατηρείται:

- A. Η ορμή κάθε σώματος
- B. Η ορμή του συστήματος
- Γ. Η ορμή και η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος
- Δ. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος

4.10. Σε κάθε κεντρική κρούση διατηρείται πάντα:

- A. Η ορμή
- B. Η κινητική ενέργεια
- Γ. Η ορμή και η κινητική ενέργεια
- Δ. Η μηχανική ενέργεια

4.11. Κεντρική ονομάζεται η κρούση στην οποία:

- A. Τα σώματα κινούνται στην ίδια διεύθυνση
- B. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις
- Γ. Οι ταχύτητες των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται στην ίδια ευθεία
- Δ. Τα κέντρα των μαζών έρχονται σε επαφή

4.12. Για να χαρακτηρίσουμε ως ελαστική μια κρούση δύο σωμάτων, πρέπει να

- α. διατηρείται σταθερή η συνολική κινητική ενέργεια των σωμάτων που συγκρούονται.
- β. διατηρείται σταθερή η συνολική ορμή των σωμάτων που συγκρούονται.
- γ. παραμένει ακίνητο το ένα από τα δύο σώματα μετά την κρούση.
- δ. είναι ίσες οι μάζες των δύο σωμάτων.

4.13. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων

- α. η ολική κινητική ενέργεια των σωμάτων παραμένει σταθερή.
- β. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
- γ. η ολική κινητική ενέργεια των σωμάτων αυξάνεται.
- δ. η ολική κινητική ενέργεια των σωμάτων ελαττώνεται.

4.14. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων

- α. η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή.
- β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.
- γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων ελαττώνεται.
- δ. η κινητική ενέργεια και η ορμή του συστήματος των σωμάτων ελαττώνεται.

4.15. Κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε κρούσης δύο σωμάτων διατηρείται:

- A. η ορμή κάθε σώματος
- B. η ορμή του συστήματος
- Γ. η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος
- Δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος

4.16. Στην ανελαστική κρούση έχουμε:

- A. Αύξηση της ορμής του συστήματος
- B. Μείωση της ορμής του συστήματος
- Γ. Διατήρηση της ορμής του συστήματος
- Δ. Διατήρηση της κινητικής ενέργεια του συστήματος

4.17. Σε μία κρούση διατηρείται πάντα:

- A. Η ορμή του σώματος
- B. Η κινητική ενέργεια κάθε σώματος
- Γ. Η ορμή του συστήματος
- Δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος

4.18. Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται:

- A. Μόνο στις ελαστικές κρούσεις
- B. Μόνο στις πλαστικές κρούσεις
- Γ. Σε όλες τις κρούσεις
- Δ. Σε καμία περίπτωση κρούσης

4.19. Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργεια ισχύει:

- A. Μόνο στις ελαστικές κρούσεις
- B. Μόνο στις πλαστικές κρούσεις
- Γ. Σε όλες τις κρούσεις
- Δ. Σε καμία περίπτωση κρούσης

4.20. Η κινητική ενέργεια του συστήματος δύο σωμάτων που συγκρούονται διατηρείται:

- A. Στις πλαστικές κρούσεις
- B. Στις ελαστικές κρούσεις
- Γ. Στις ανελαστικές κρούσεις
- Δ. Στις κεντρικές κρούσεις

4.21. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει:

- A. $K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετά)}$
- B. $K_{1(πριν)} = K_{1(μετά)}$
- Γ. $K_{ολ(μετά)} > K_{ολ(πριν)}$
- Δ. $K_{ολ(μετά)} < K_{ολ(πριν)}$

4.22. Δύο σφαίρες με διαφορετικές μάζες, συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Αν αμέσως μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος μηδενίζεται, τότε οι σφαίρες πριν την κρούση είχαν:

- A. Ίσες κινητικές ενέργειες
- B. Ίσες ταχύτητες
- Γ. Αντίθετες ορμές
- Δ. Αντίθετες ταχύτητες

4.23. Αν ένα κινούμενο σώμα συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο μεγαλύτερης μάζας, τότε

- α. θα ελαττωθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα διατηρηθεί.

- β. Θα ελαττωθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα αντιστραφεί.
- γ. Θα αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα διατηρηθεί.
- δ. Θα αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα αντιστραφεί.

4.24. Μια κρούση χαρακτηρίζεται ως πλαστική αν:

- A. Δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά την κρούση
- B. Δημιουργείται συσσωμάτωμα μετά την κρούση
- Γ. Ελαττώνεται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται
- Δ. Ελαττώνεται η ορμή του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται

4.25. A. Κάθε ανελαστική κρούση είναι πλαστική

- B. Κάθε πλαστική κρούση είναι και ανελαστική
- Γ. Σε κάθε ανελαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή
- Δ. Σε κάθε πλαστική κρούση η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή

4.26. Όταν δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά, τότε

- α. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται σταθερή.
- β. η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.
- γ. τα σώματα ενώνονται μεταξύ τους.
- δ. η συνολική μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται σταθερή.

4.27. Μια σφαίρα A κινείται με ταχύτητα 10 m/s και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με μια άλλη όμοια ακίνητη σφαίρα B. Αμέσως μετά την κρούση

- α. η ταχύτητα της B είναι 10 m/s .
- β. η ταχύτητα της A είναι 5 m/s .
- γ. η ταχύτητα της A είναι μηδέν.
- δ. η ορμή του συστήματος είναι ίση με την αρχική του ορμή (πριν την κρούση).

4.28. Όταν μία μικρή σφαίρα προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου τότε:

- A. Ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου
- B. Ανακλάται με ταχύτητα μικρότερου μέτρου
- Γ. Η ορμή της δεν μεταβάλλεται
- Δ. Η κινητική της ενέργεια αυξάνεται

4.29. Αν ένα κινούμενο σώμα συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο ίσης μάζας, τότε η ταχύτητά του

- α. θα διπλασιαστεί.
- β. θα διατηρηθεί σταθερή.
- γ. θα μηδενιστεί.
- δ. θα αναστραφεί.

4.30. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων:

- A. Διατηρείται η συνολική ορμή των σωμάτων και μεταβάλλεται η συνολική κινητική ενέργεια
- B. Μεταβάλλεται η συνολική ορμή των σωμάτων και διατηρείται η συνολική κινητική τους ενέργεια
- Γ. Διατηρείται η συνολική ορμή και η συνολική κινητική ενέργεια των σωμάτων
- Δ. Μεταβάλλεται η συνολική ορμή και η συνολική κινητική ενέργεια των σωμάτων

4.31. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων:

- A. Η ορμή κάθε σώματος διατηρείται
- B. Η κινητική ενέργεια κάθε σώματος διατηρείται
- Γ. Η μείωση της κινητικής ενέργεια του ενός σώματος είναι ίση με την αύξηση της κινητικής ενέργεια του άλλου σώματος

Δ. Δημιουργείται συσσωμάτωμα

4.32. Όταν δύο σώματα συγκρούονται ελαστικά, τότε:

- A. Η ορμή του κάθε σώματος διατηρείται σταθερή
- B. Η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος διατηρείται σταθερή
- Γ. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή
- Δ. Η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος αυξάνεται

4.33. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, η διαφορά των ταχυτήτων τους πριν την κρούση είναι:

- A. μεγαλύτερη από τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση
- B. Μικρότερη από τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση
- Γ. Ίση με τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση
- Δ. Αντίθετη από τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση

4.34. Κατά τη ανελαστική κρούση δύο σφαιρών διατηρείται σταθερή;

- A. Η συνολική ορμή και η συνολική κινητική ενέργεια
- B. Μόνο η συνολική κινητική ενέργεια
- Γ. Ούτε η συνολική ορμή ούτε η συνολική κινητική ενέργεια
- Δ. Μόνο η συνολική ορμή αλλά όχι η συνολική κινητική ενέργεια

4.35. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων διατηρείται:

- A. Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων
- B. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων
- Γ. Η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων
- Δ. Τίποτα από τα παραπάνω

4.36. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων:

- A. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή
- B. Η ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή
- Γ. Η ολική ενέργεια του συστήματος μεταβάλλεται
- Δ. τα σώματα μετά την κρούση κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες

4.37. Μία σφαίρα A συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα B ίσης μάζας. Η ταχύτητα της σφαίρας A μετά την κρούση:

- A. Θα είναι με την ταχύτητα που είχε πριν την κρούση
- B. Θα είναι αντίθετη της ταχύτητας που είχε πριν την κρούση
- Γ. Θα είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτήσει η σφαίρα B
- Δ. θα είναι μηδέν

4.38. Κατά την ελαστική κρούση δύο σφαιρών A και B με μάζες m_A και m_B με $m_A > m_B$ και την B ακίνητη:

- A. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας A είναι ίση με τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας B
- B. Η σφαίρα A ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στη σφαίρα B
- Γ. Η διαφορά των ταχυτήτων των σφαιρών πριν την κρούση είναι ίση με τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση
- Δ. Όση κινητική ενέργεια χάνει η σφαίρα A την κερδίζει η σφαίρα B

4.39. Όταν δύο σώματα που κινούνται στην ίδια κατεύθυνση συγκρουστούν πλαστικά, τότε η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος:

- A. Μετατρέπεται εξ' ολοκλήρου σε θερμότητα

A. 5/3 B. 7 Γ. 1/7 Δ. 3/5

5.7. Σφαίρα Α μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας $m_2=3m_1$. Το ποσοστό μείωσης της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α εξαιτίας της κρούσης είναι ίσο με:

A. 25% B. 50% Γ. 75% Δ. 100%

5.8. Σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 όπου $m_2 < m_1$. Για τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση ισχύει:

A. $u_1' < u_2'$ B. $u_1' = u_2'$ Γ. $u_1' > u_2'$

5.9. Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 και ταχύτητα u_0 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Αν μετά την κρούση το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα $u_0/2$ αντίθετη της αρχικής τότε:

1. ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:

A. 3 B. $\frac{1}{3}$ Γ. $\frac{5}{2}$

2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του Σ_1 είναι:

A. $\frac{3}{2} m_1 \cdot u_0$ B. $\frac{1}{2} m_1 \cdot u_0$ Γ. 0

5.10. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα u και προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ακλόνητου τοίχου. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος είναι:

A. $2mu$ B. mu Γ. 0 Δ. $\frac{1}{2} mu$

5.11. Σημειακή μάζα m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα m_2 . μετά την κρούση η μάζα m_1 κινείται στην ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $u_1' = u_1/2$. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της μάζας m_1 που μεταφέρεται στη μάζα m_2 είναι:

A. 0% B. 75% Γ. 100% Δ. 50%

5.12. Δύο σφαίρες Α και Β με λόγο μαζών $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3}$, βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η

σφαίρα Α κινείται με ταχύτητα u και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα Β.

τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών Α και Β μετά την κρούση θα έχουν λόγο $\frac{v_A}{v_B}$:

A. 1 B. 2 Γ. 3 Δ. 1/3

5.13. Τρεις σφαίρες Α, Β και Γ με μάζες m , m και $2m$ αντίστοιχα, έχουν τα κέντρα τους στην ίδια ευθεία και ισορροπούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Α με ταχύτητα μέτρου u εναντίον της σφαίρας Β. Αν όλες οι κρούσεις είναι ελαστικές, τότε θα γίνουν:

A. μία κρούση B. δύο κρούσεις
Γ. τρεις κρούσεις Δ. τέσσερις κρούσεις

5.14. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου u και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα πολύ μεγαλύτερης μάζας M ($M \gg m$). Το σώμα μάζας m μετά την κρούση έχει ταχύτητα:

A. u B. $-u$ Γ. $2u$ Δ. 0

5.15. Μία σφαίρα Α προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου u σε άλλη ακίνητη σφαίρα Β ίσης μάζας. Αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση των σφαιρών, η ταχύτητα της σφαίρας Α θα είναι ίση με:

- A. u B. $-u$ Γ. $2u$ Δ. 0

5.16. Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες m_A και m_B κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες που έχουν μέτρα u_A και $u_B=2u_A$ και αντίθετες φορές. Οι σφαίρες συγκρούονται

μετωπικά και ελαστικά και μετά τη σύγκρουση η σφαίρα Β μένει ακίνητη. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_A}{m_B}$

είναι:

- A. 2 B. 4 Γ. $1/2$ Δ. $1/4$

5.17. Μια σφαίρα Α μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β μάζας m_2 . Μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας Α αναστρέφεται και

το μέτρο της γίνεται $u_1' = \frac{u_1}{2}$. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_2}{m_1}$ είναι:

- A. 3 B. 2 Γ. 4 Δ. $1/2$

5.18. Μία ελαστική μπάλα προσκρούει με ταχύτητα μέτρου u σε ένα φορτηγό αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα ίδιου μέτρου u αλλά αντίθετης φοράς. Αν η κρούση θεωρηθεί κεντρική και ελαστική, τότε η μπάλα μετά την κρούση θα αναπηδήσει προς τα πίσω με ταχύτητα που έχει μέτρο:

- A. u B. $2u$ Γ. $3u$ Δ. $4u$

5.19. Ένα σώμα Α μάζας m έχει κινητική ενέργεια K και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα Β ίσης μάζας. Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι ίση με:

- A. $K/2$ B. K Γ. $K/4$ Δ. $K/3$

5.20. Δύο σφαίρες Α και Β έχουν μάζες $m_A=2m$ και $m_B=m$ και κινούνται με ταχύτητες $u_A=2u$ και $u_B=-u$. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Το ποσοστό της ολικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

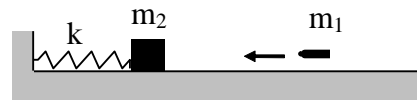
- A. $\frac{100}{3}\%$ B. 60% Γ. $\frac{200}{3}\%$ Δ. $\frac{50}{3}\%$

5.21. Δύο σφαίρες Α και Β κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούονται πλαστικά και το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται παραμένει ακίνητο. Οι διευθύνσεις κίνησης των σφαιρών που συγκρούονται σχηματίζουν γωνία:

- A. 0° B. 90° Γ. 120° Δ. 180°

Ασκήσεις Επανάληψης

1. Το ιδανικό ελατήριο του σχήματος έχει το φυσικό του μήκος. Βλήμα μάζας $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ σφηνώνεται με ταχύτητα $u_1 = 100 \text{ m/s}$ στο σώμα μάζας $m_2 = 4,8 \text{ kg}$, με αποτέλεσμα το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά $\Delta l = 0,2 \text{ m}$. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ της μάζας m_2 και του οριζόντιου εδάφους είναι $\mu = 0,1$, να βρείτε



- α. την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
- β. τη σταθερά k του ελατηρίου.

Απ. α. 4 m/s , (β) 1950 N/m

2. Μια σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται τελείως ελαστικά και μετωπικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Ποιος πρέπει να είναι ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών, ώστε μετά από την κρούση οι σφαίρες να κινηθούν με ταχύτητες του ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς;

Απ. $m_2 / m_1 = 3$

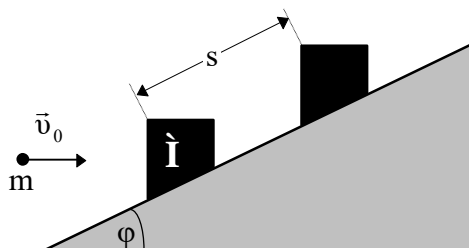
3. Μία σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα u και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Μετά την κρούση η δεύτερη σφαίρα κινείται με ταχύτητα $u_2 = 1,2u$. Να βρείτε

- α. το λόγο των μαζών m_1/m_2

β. το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της Α που μεταβιβάστηκε στη Β.

Απ. Α. $m_1 / m_2 = 3/2$, β 96%

4. Σώμα μάζας $M = 4,8 \text{ kg}$ στηρίζεται σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\phi = 30^\circ$. Βλήμα μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$, κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 200 \text{ m/s}$, σφηνώνεται στο σώμα. Αν υποθέσουμε ότι το σφήνωμα του βλήματος γίνεται ακαριαία, να βρείτε πόσο θα μετακινηθεί το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται, αν



- α. μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου δεν υπάρχουν τριβές.

β. ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Απ. α. $4,8 \text{ m}$, β $3,2 \text{ m}$

5. Μια σφαίρα Α μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$, κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 5 \text{ m/s}$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα Β, που έχει μάζα $m_2 = 4 \text{ kg}$. Να βρείτε τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση, αν η σφαίρα Β αρχικά

- α. είναι ακίνητη

β. κινείται ομόρροπα με την Α, με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 2 \text{ m/s}$.

Απ. Α. -3 m/s , 2 m/s , β. $0,2 \text{ m/s}$, $3,2 \text{ m/s}$,

6. Μικρή σφαίρα Α μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα \vec{v}_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας m_2 . Να βρείτε

- α. τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το λόγο $\lambda = \frac{m_1}{m_2}$.

β. το λόγο των κινητικών ενεργειών των σφαιρών μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το λόγο λ .

γ. για ποια τιμή του λ μεταβιβάζεται στη σφαίρα Β ολόκληρη η κινητική ενέργεια της σφαίρας Α.

σώματος m_2 μηδενίζεται στιγμιαία, τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος.

Δεδομένου ότι η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $s = 1,1 \text{ m}$, να βρείτε

- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 , τη στιγμή που συγκρούεται με το σώμα m_2 .
- τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- τη σταθερά του ελατηρίου.

Να θεωρήσετε ότι η διάρκεια της κρούσης είναι πολύ μικρή.

Απ. Α. 5 m/s , Β. 4 m/s , 1 m/s , γ. $112,5 \text{ N/m}$

11. Δύο σφαίρες Α και Β, με μάζες $m_1 = 0,6 \text{ kg}$ και m_2

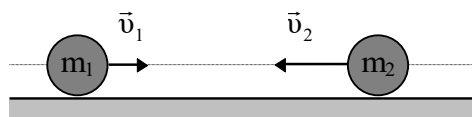
$= 0,4 \text{ kg}$, κινούνται ευθύγραμμα πάνω σε λείο

οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες που έχουν μέτρα u_1

$= 5 \text{ m/s}$ και $u_2 = 10 \text{ m/s}$, αντίστοιχα. Τα κέντρα των

σφαιρών βρίσκονται πάνω στον άξονα $x'x$. Η σφαίρα Α κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του

άξονα ενώ η σφαίρα Β προς την αρνητική. Οι σφαίρες συγκρούονται μετωπικά.



1. Αν η κρούση είναι πλαστική, να βρείτε

α. την κοινή ταχύτητα των σφαιρών μετά την κρούση.

β. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

2. Αν η κρούση είναι ελαστική, να βρείτε

α. τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση.

Απ. 1. α. -1 m/s , β. -27 J , 2. α. -7 m/s , 8 m/s

12. Ξύλινος κύβος μάζας $M = 2 \text{ kg}$ ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$

εκτοξεύεται οριζόντια, με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 200 \text{ m/s}$ εναντίον του κύβου. Το βλήμα βγαίνει

από τον κύβο με ταχύτητα μέτρου $u = 100 \text{ m/s}$. Μετά την κρούση ο κύβος ολισθαίνει πάνω στο

οριζόντιο επίπεδο και σταματάει αφού διανύσει διάστημα $s = 20 \text{ m}$. Να βρείτε

α. την απώλεια κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

β. το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου και επιπέδου.

Η διάρκεια κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο θεωρείται πολύ μικρή.

Απ. α. 2900 J , β. $0,25$

13. Σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ κινείται πάνω σε σιδηροτροχιά

σχήματος τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 5 \text{ m}$. Αρχικά το σώμα

ηρεμεί στην κορυφή Α. Το επίπεδο της σιδηροτροχιάς

είναι κατακόρυφο. Όταν φθάνει στη βάση Γ του

τεταρτοκυκλίου έχει χάσει, λόγω τριβής, μηχανική

ενέργεια ίση με το 19% της αρχικής του δυναμικής

ενέργειας. Στη θέση Γ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά

με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$, το οποίο είναι

συνδεδεμένο στη μια άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου, του οποίου η άλλη άκρη είναι

στερεωμένη σε κατακόρυφο τοίχωμα. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και έχει

σταθερά $k = 600 \text{ N/m}$. Να βρείτε

α. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_1 , τη στιγμή που συγκρούεται με το σώμα μάζας

m_2 , στη θέση Γ.

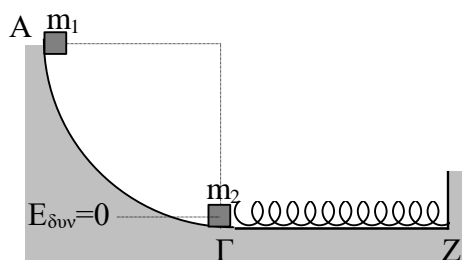
β. την απώλεια κινητικής ενέργειας εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

γ. τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ

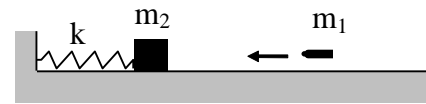
συσσωματώματος και οριζόντιου επιπέδου είναι $\mu = 0,25$.

Να θεωρήσετε ότι η διάρκεια της κρούσης είναι πολύ μικρή.

Απ. α. 9 m/s , β. 27 J , γ. $0,2 \text{ m}$



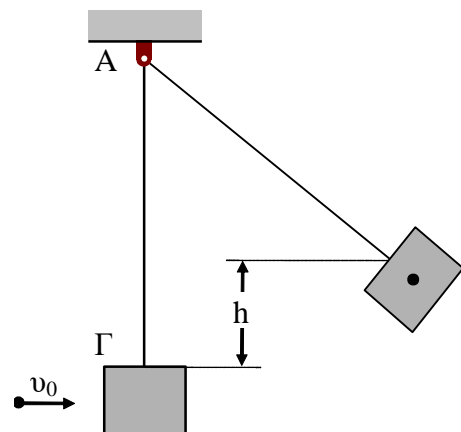
14. Βλήμα μάζας $m_1 = 250 \text{ g}$ κινείται οριζόντια και προσκρούει με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 100 \text{ m/s}$ σε ακίνητο ξύλινο κύβο μάζας $m_2 = 12,25 \text{ kg}$. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο συμπιέζοντας ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το ελατήριο είναι



τοποθετημένο με τον άξονά του κατά τη διεύθυνση της κίνησης του βλήματος και το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο κατακόρυφο τοίχωμα. Επιπλέον το ελατήριο έχει το ελεύθερο άκρο του σ' επαφή με τον κύβο και βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Δεδομένου ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του συσσωματώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0,2$, να βρείτε
 α. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την μετωπική κρούση.
 β. τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.
 Απ. α. 2 m/s , β. $0,5 \text{ m}$

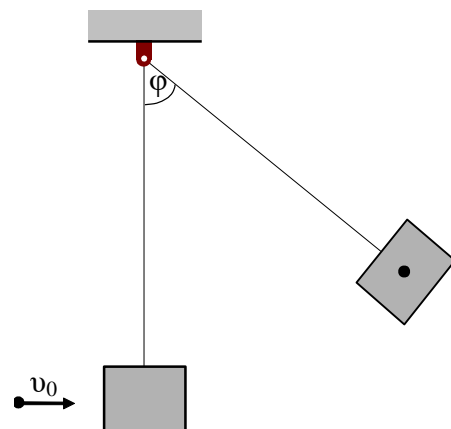
15. Δύο σφαίρες Α και Β ίσου όγκου, που έχουν μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 3 \text{ kg}$, αντίστοιχα, κινούνται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Η σφαίρα Α κινείται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα, με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10 \text{ m/s}$, ενώ η σφαίρα Β κινείται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 5 \text{ m/s}$. Οι σφαίρες συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Να βρείτε
 α. την ταχύτητα του συσσωματώματος των σφαιρών.
 β. τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών.
 Απ. α. 1 m/s , β. -135 J

16. Ξύλινος κύβος μάζας $M = 1950 \text{ g}$ είναι στερεωμένος στη μια άκρη Γ αβαρούς ράβδου της οποίας η άλλη άκρη Α μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το Α. Ο κύβος ισορροπεί όταν η ράβδος είναι κατακόρυφη. Ένα βλήμα μάζας $m = 50 \text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 80 \text{ m/s}$ και σφηνώνεται σχεδόν ακαριαία, στο κέντρο μάζας του κύβου, προκαλώντας την ανύψωσή του κατά h .



Να βρείτε
 α. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος βλήμα-κύβος, αμέσως μετά την κρούση.
 β. την ανύψωση h του κύβου.
 γ. το επί τοις % ποσοστό της απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-κύβος κατά την κρούση.
 Απ. α. 2 m/s , β. $0,2 \text{ m}$, γ. $97,5\%$

17. Ένα κομμάτι ξύλο μάζας $M = 1,9 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l = 0,9 \text{ m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας $m = 0,1 \text{ kg}$, που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_0 σφηνώνεται σχεδόν ακαριαία στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα-ξύλο ανυψώνεται μέχρι το σημείο που η μέγιστη απόκλιση του νήματος, από την αρχική κατακόρυφη θέση του, γίνει $\phi = 60^\circ$. Να υπολογίσετε



α. το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος βλήμα-ξύλο, αμέσως μετά την κρούση.
 β. το μέτρο u_0 της ταχύτητας του βλήματος λίγο πριν την κρούση.

γ. το επί τοις % ποσοστό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση. Το νήμα θεωρείται αβαρές και σταθερού μήκους.

Απ. α. 3 m/s, β. 60 m/s, γ. 95%

18. Ένας κύβος μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10 \text{ m/s}$. Μπροστά του, στην ίδια κατεύθυνση, κινείται ομαλά ένας άλλος κύβος μάζας $m_2 = 8 \text{ kg}$ με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 5 \text{ m/s}$. Στην πίσω πλευρά του είναι στερεωμένο



ιδανικό ελατήριο φυσικού μήκους $l_0 = 1 \text{ m}$ και σταθεράς $k = 1000 \text{ N/m}$. Ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με την ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας των δύο κύβων. Να βρείτε

α. την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν οι κύβοι.

β. τις ταχύτητες με τις οποίες κινούνται μετά τον αποχωρισμό τους.

Απ. α. 0,8 m, β. $u_1' = 2 \text{ m/s}$, $u_2' = 7 \text{ m/s}$

19. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους $h =$

1,6 m και γωνίας κλίσεως $\phi = 30^\circ$, αφήνεται να

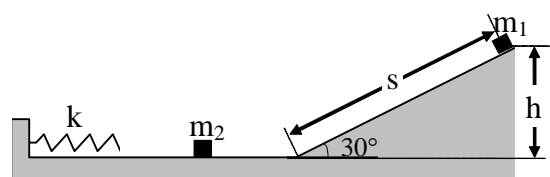
ολισθήσει σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$. Στη βάση του

κεκλιμένου επιπέδου το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο, πάνω στο οποίο κινείται μέχρι να

συγκρουστεί πλαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$. Το συσσωμάτωμα συναντά και στη συνέχεια

συσπειρώνει ιδανικό οριζόντιο ελατήριο, σταθεράς $k = 1000 \text{ N/m}$, το οποίο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα του άκρο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης

μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$, να υπολογίσετε:



α. τη συσπίρωση του ελατηρίου.

β. το επί τοις % ποσοστό της ελάττωσης της αρχικής ενέργειας του σώματος m_1 , κατά την ολίσθηση του επί του κεκλιμένου επιπέδου.

Να θεωρήσετε ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη στιγμή που το m_1 συναντά το

οριζόντιο επίπεδο. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο να

θεωρηθεί ίση με μηδέν.

Απ. α. 0,04 m, β. 75%

20. Σφαίρα μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$ ισορροπεί στο σημείο A λείου

κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσεως $\phi = 30^\circ$, όπως

φαίνεται στο σχήμα. Μια άλλη σφαίρα μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$, ίσου

όγκου, εκτοξεύεται από το σημείο B, που απέχει $s = 1,6 \text{ m}$

από το σημείο A, με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0 = 3 \text{ m/s}$. Η

σφαίρα μάζας m_2 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με

τη σφαίρα μάζας m_1 . Η διάρκεια της κρούσης είναι πολύ

μικρή και το ελατήριο, μετά την κρούση, συμπιέζεται επί

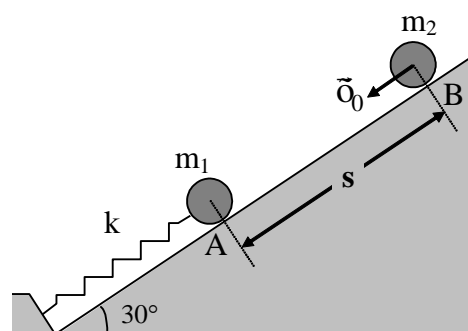
πλέον κατά $x_2 = 0,2 \text{ m}$. Να βρείτε

α. το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας μάζας m_2 , τη στιγμή που συγκρούεται με τη σφαίρα m_1 .

β. την απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

γ. τη σταθερά k του ελατηρίου.

Απ. α. 5 m/s, β. 15 J, γ. 600 N/m

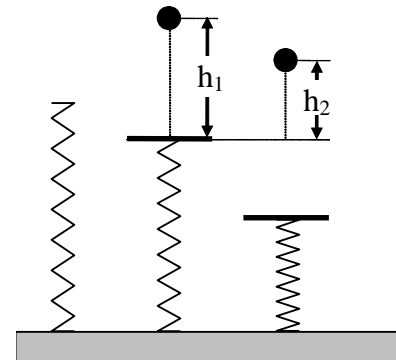


21. Μία σανίδα έχει μάζα $M=9\text{kg}$ και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ ρίχνεται με ταχύτητα $u=10\text{m/s}$ πάνω στη σανίδα. Το σώμα παρουσιάζει τριβή με την σανίδα, οπότε την αναγκάζει να κινηθεί. Να βρεθούν:

- A. Η ταχύτητα της σανίδας όταν το σώμα θα πάψει να γλιστρά πάνω στην σανίδα
B. Η θερμότητα που παράγεται μέχρι το σώμα σταματήσει πάνω στη σανίδα

Απ: α. 1m/s , β. 45J

22. Σφαίρα μάζας $m = 1\text{ kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h_1=5\text{m}$, πάνω σε δίσκο μάζας $M = 10\text{ kg}$, ο οποίος ισορροπεί στερεωμένος στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 1000\text{ N/m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά με το δίσκο και η διάρκεια της κρούσης είναι πάρα πολύ μικρή. Μετά την κρούση της η σφαίρα φθάνει σε ύψος $h_2 = 1,25\text{ m}$. Να βρείτε

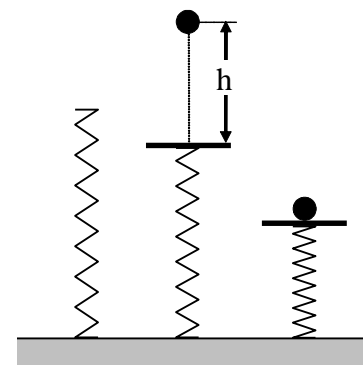


- α. τα μέτρα των ταχυτήτων της σφαίρας και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.
β. το επί τοις % ποσοστό της κινητικής ενέργειας που είχε η σφαίρα λίγο πριν την κρούση, και “χάθηκε” εξαιτίας της κρούσης.
γ. τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Να θεωρήσετε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Απ. α. 5 m/s , $1,5\text{ m/s}$, β. $52,5\%$, γ. $0,25\text{ m}$

23. Σφαίρα μάζας $m = 1\text{ kg}$ αφήνεται να πέσει από ύψος $h = 0,8\text{ m}$ πάνω σε δίσκο μάζας $M = 3\text{ kg}$, ο οποίος ισορροπεί στερεωμένος στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθερά $k = 200\text{ N/m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δίσκο. Δεδομένου ότι η διάρκεια της κρούσης θεωρείται πολύ μικρή, να βρείτε

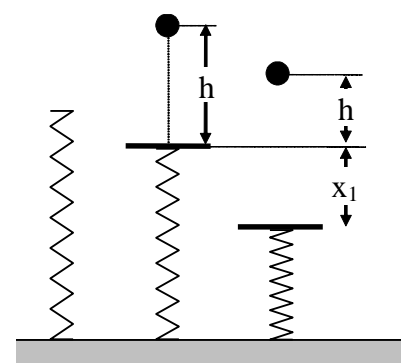


- α. την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος σφαίρα-δίσκος κατά την κρούση.
β. τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

γ. την κινητική ενέργεια του συστήματος σφαίρας-δίσκος, τη στιγμή κατά την οποία ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του είναι ίσος με μηδέν

Απ. α. 6 J , β. $0,35\text{ m}$, γ. $2,25\text{ J}$

24. Σώμα μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h=5\text{m}$ πάνω σε δίσκο μάζας $m_2 = 4\text{ kg}$ που ισορροπεί προσαρμοσμένος σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=10^4\text{N/m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η κρούση θεωρείται ελαστική. Να βρείτε



α. την ταχύτητα u_1 με την οποία η μάζα m_1 θα προσκρούσει στο δίσκο.

β. την πρόσθετη συσπίρωση x_1 του ελατηρίου, από την αρχική θέση του δίσκου.

γ. το ύψος h_1 , πάνω από την αρχική θέση του δίσκου, στο οποίο θα αναπηδήσει η μάζα m_1 μετά την κρούση.

Απ. α. 10 m/s , β. $0,08\text{ m}$, γ. $1,8\text{ m}$

25. Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο AB ακτίνας $R=2\text{m}$ που εφάπτεται στο κάτω του άκρο B με λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας $m_1=4\text{kg}$ αφήνεται να γλιστρήσει κατά μήκος του

τεταρτοκυκλίου από το πάνω άκρο Α. Το σώμα περνάει από το σημείο Β με ταχύτητα $u_B=5\text{m/s}$ και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβή κατά μήκος της οριζόντιας επαπτομένης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο Β. Αφού διανύσει διάστημα $s=0,6\text{m}$ στο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=6\text{kg}$ που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=250\text{N/m}$, που έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο. Τα σώματα μετά την πλαστική κρούση κινούνται σαν μία μάζα και το ελατήριο συσπειρώνεται. Να υπολογιστούν:

Α. Η θερμότητα που παράχθηκε εξαιτίας της τριβής κατά την κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο

Β. Το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας της πλαστικής κρούσης

Γ. Τα πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης που θα κάνει το σύστημα των μαζών μετά την κρούση

Δ. Να δοθεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Παίρνουμε ως θετική φορά τη φορά κίνησης του σώματος m_1 πριν την κρούση

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 30J, β. 37,5%, γ. 0,4m, $\frac{2\pi}{5}\text{s}$, δ. 0,45ημ5t

26. Σφαιρίδιο που έχει μάζα $m=10\text{g}$ πέφτει από ύψος $h=0,2\text{m}$ σε δίσκο μάζας $M=90\text{g}$ που κρέμεται στο κάτω άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Η κρούση είναι πλαστική και το σύστημα κινείται κατακόρυφα. Να υπολογιστούν:

Α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση

Β. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 0,2m/s, β. $64\cdot 10^{-4}\text{m}$

27. Ένα σώμα μάζας $M=0,9\text{kg}$ είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ένα βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u=20\text{m/s}$ και σφηνώνεται στο σώμα. Να υπολογιστούν:

Α. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα μετά την κρούση

Β. Την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης αυτής

Γ. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της ταλάντωσης του συσσωματώματος αν τη χρονική στιγμή $t=0$ θεωρήσουμε τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση και θετική φορά αντίθετη από τη φορά κίνησης του βλήματος

Δ. Σε πόσο χρόνο μετά τη σύγκρουση θα είναι $x=+\frac{A\sqrt{3}}{2}$ και $u>0$

Απ: α. 0,2m, β. $\frac{\pi}{5}\text{s}$, 10rad/s, γ. $x=0,2\eta\mu(10t+\pi)$, $u=2\sigma\upsilon\nu(10t+\pi)$, δ. $\frac{2\pi}{15}\text{s}$

Θέματα πανελλαδικών εξετάσεων 2002 - 2019

Θέμα Α

1. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν:

1. Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
2. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.
3. Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
4. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
5. Όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν από την κρούση.
6. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
7. Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κρούση.
8. Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, τότε πάντα ισχύει $u' = -u$ (όπου u η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση και u' η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
9. Κατά τη πλαστική κρούση δύο σωμάτων πάντα ισχύει $p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}}$ ($p_{\text{πριν}}$ η ορμή του συστήματος πριν την κρούση, $p_{\text{μετά}}$ η ορμή του συστήματος μετά την κρούση).
10. Κατά την κρούση δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
11. Σώμα Α συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα Β που έχει την ίδια μάζα με το Α. Τότε η ταχύτητα του Α μετά την κρούση μηδενίζεται.
12. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.
13. Σε μια πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.
14. Στις μη κεντρικές κρούσεις δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το συγκρουόμενο σύστημα σωμάτων.
15. Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι εκείνη που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων-στη δημιουργία συσσωματώματος.
16. Σε μία πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
17. Κατά την ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.
18. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
19. Στην ελαστική κρούση δύο σφαιρών η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.
20. Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.
21. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.
22. Σκέδαση ονομάζεται κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.
23. Σε μία κρούση αμεληρέας χρονικής διάρκειας η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δε μεταβάλλεται.
24. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων, η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
25. Μικρή σφαίρα μάζας m κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται ελαστικά με αυτόν. Αν το μέτρο της ορμής της σφαίρας

ακριβώς πριν την κρούση είναι ίσο με p , τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας λόγω της κρούσης με τον τοίχο είναι ίσο με το μηδέν.

26. Στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος είναι πάντα αντίθετη από την μεταβολή της ορμής του άλλου σώματος.

2. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση

1. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:

- α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
- δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

2. Σε κάθε κρούση ισχύει

- α. η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.
- β. η αρχή διατήρησης της ορμής.
- γ. η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.
- δ. όλες οι παραπάνω αρχές.

3. Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή :

- α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας
- β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών
- γ. η ορμή κάθε σφαίρας
- δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

4. Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται:

- α. ελαστική
- β. ανελαστική
- γ. πλαστική
- δ. έκκεντρη

5. Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν,

- α. η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.
- β. τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.
- γ. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- δ. οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων, δηλαδή στη δημιουργία συσσωματώματος.

6. Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων

- α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.
- β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
- γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.

7. Σε μια ελαστική κρούση δεν διατηρείται

- α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.
- β. η ορμή του συστήματος.
- γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
- δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.

8. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u . Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $2u$. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:

- α. 0. β. mu . γ. $2mu$. δ. $3mu$.

9. Σε μια κρούση δύο σφαιρών

α. το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.

β. οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.

γ. το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.

δ. το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.

10. Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών:

α. είναι πάντα μη κεντρική.

β. είναι πάντα πλαστική.

γ. είναι πάντα κεντρική.

δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

11. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μεταξύ τους

α. κάθετες

β. παράλληλες

γ. ίσες

δ. σε τυχαίες διευθύνσεις

12. Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε

α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.

β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.

γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

13. Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών διατηρείται

α. η ορμή κάθε σφαίρας.

β. η ορμή του συστήματος.

γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος

14. Σε μία πλαστική κρούση

α. δε διατηρείται η ορμή.

β. η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.

γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

δ. η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της τελικής.

15. Σφαίρα, μάζας m_1 , κινούμενη με ταχύτητα, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Οι ταχύτητες και των σφαιρών μετά την κρούση

- α. έχουν πάντα την ίδια φορά
- β. σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90°
- γ. έχουν πάντα αντίθετη φορά
- δ. έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

16. Σε μία ελαστική κρούση

- α. η ορμή και η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρούνται σταθερές.
- β. η ορμή του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.
- γ. η ορμή του συστήματος των σωμάτων μειώνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.
- δ. η ορμή του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται

17. Δύο σφαίρες Α και Β με ίσες μάζες, μία εκ των οποίων είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Το ποσοστό της μεταβιβαζόμενης ενέργειας από τη σφαίρα που κινείται στην αρχικά ακίνητη σφαίρα είναι:

- α. 100%
- β. 50%
- γ. 40%
- δ. 0%.

18. Σφαίρα Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση

- α. η σφαίρα Σ_1 παραμένει ακίνητη
- β. η σφαίρα Σ_1 συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση
- γ. όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 μεταφέρθηκε στη σφαίρα Σ_2
- δ. ισχύει $\overrightarrow{\Delta p_1} = -\overrightarrow{\Delta p_2}$, όπου $\overrightarrow{\Delta p_1}$, $\overrightarrow{\Delta p_2}$ οι μεταβολές των ορμών των δύο σφαιρών.

19. Στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων

- α. διατηρείται μόνο η ορμή του συστήματος
- β. διατηρείται μόνο η μηχανική ενέργεια του συστήματος
- γ. διατηρείται και η ορμή και η μηχανική ενέργεια του συστήματος
- δ. δεν διατηρείται ούτε η ορμή, ούτε η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

- α) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή
- β) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται
- γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή
- δ) η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.

Δύο μικρά σώματα με μάζες m και $4m$, που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητες u_1 και u_2 αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, τότε τα δύο σώματα πριν την κρούση είχαν

- α) αντίθετες ταχύτητες
- β) ίσες ορμές
- γ) αντίθετες ορμές
- δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

Θέμα Β

1. Μια ρόδα αυτοκινήτου ακτίνας R κυλίνεται με το κέντρο μάζας της να έχει σταθερή ταχύτητα u . Ένα μικρό καρφί μάζας m είναι καρφωμένο στην εξωτερική επιφάνεια της ρόδας. Αν θεωρήσουμε

τις διαστάσεις του καρφίου αμελητέες, τότε το μέτρο της μεταβολή της ορμής του καρφίου, μεταξύ κατώτερης και ανώτερης θέσης είναι:

- α) mv β) 0 γ) $2mv$

2. Μια σφαίρα Α μάζας m κινούμενη οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β ίσης μάζας. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α, λόγω της κρούσης,

- α) έχει ίδια κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο mv .
 β) έχει αντίθετη κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο mv .
 γ) έχει αντίθετη κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο $2mv$.

3. Δύο σώματα με ορμές των οποίων τα μέτρα είναι ίσα ($p_1=p_2=p$), κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους και συγκρούονται πλαστικά.

Το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίσο με:

- α) p β) $2p$ γ) $\sqrt{2}p$

4*. Δύο σώματα με ίσες μάζες ($m_1=m_2=m$) και ορμές των οποίων τα μέτρα είναι ίσα ($p_1=p_2=p$), κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους και συγκρούονται πλαστικά. **Αφού αποδείξετε** ότι

η κινητική ενέργεια και η ορμή ενός σώματος συνδέονται με τη σχέση $K = \frac{p^2}{2m}$, τότε η μείωση της

κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με α) $\frac{p^2}{m}$ β) $\frac{p^2}{2m}$ γ) $\frac{p^2}{4m}$

5*. Ένα σώμα Α με ορμή μέτρου p και μάζα m συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα Β, ίδιας μάζας με το Α. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α είναι ίση με

- α) μηδέν. β) $-\frac{p^2}{2m}$ γ) $\frac{p^2}{2m}$

6. Μια σφαίρα Σ1, μάζας $m_1=m$, συγκρούεται κεντρικά πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ2, μάζας $m_2=m$. Στη σφαίρα Σ1 μετά την κρούση μένει το

- α) 50% της αρχικής ενέργειάς της.
 β) 100% της αρχικής ενέργειάς της.
 γ) 25% της αρχικής ενέργειάς της.

7. Ένα σώμα Α μάζας $m_1=2m$, το οποίο έχει ταχύτητα u_1 συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β μάζας $m_2=m$. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων, u_1/u_2 , των δύο σωμάτων πριν την κρούση είναι:

- α) $1/2$ β) 2 γ) 4

8. Ένα σώμα Α μάζας $m_1=2m$, το οποίο έχει κινητική ενέργεια $K_A=K$, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β μάζας $m_2=m$. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι ίση με Α

- α) $4K$ β) $K/3$ γ) $3K$

9. Ένα σώμα Α μάζας m_1 κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β μάζας m_2 . Το σώμα Α συνεχίζει μετά την κρούση να κινείται κατά την ίδια φορά με

ταχύτητα $u'_1 = \frac{u_1}{2}$. Ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων, $\frac{m_1}{m_2}$, είναι ίσος με

- α) 3 β) 2 γ) $1/3$

10. Δύο σφαίρες Α και Μ, με ίσες μάζες, κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ίδιες κατευθύνσεις και ταχύτητες που έχουν μέτρα $u_1=10\text{m/s}$ και $u_2=20\text{m/s}$, αντίστοιχα. Οι σφαίρες συγκρούονται χωρίς να δημιουργείται συσσωμάτωμα. Αν μετά την κρούση το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας Α είναι $u_1'=15\text{m/s}$, τότε η κρούση είναι
α) ελαστική. β) πλάγια. γ) ανελαστική.

11. Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου u και κινητική ενέργεια K , συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β, ίσης μάζας με την Α, που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με
α) $0,25K$ β) $0,5K$ γ) $0,75K$

12. Ένα ακίνητο βλήμα εκρήγνυται σε τρία μέρη Α, Β και Γ. Τα μέρη Α και Β έχουν ορμές που βρίσκονται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους με μέτρα που είναι ίσα με: $p_1=p_2=p=20\text{kgm/s}$
Το μέτρο της ορμής του τρίτου κομματιού είναι:
α) 10kgm/s β) 20kgm/s γ) $20\sqrt{2}\text{kgm/s}$

13. Μια μπάλα αφήνεται να πέσει κατακόρυφα στο έδαφος με ορμή 10kgm/s και αναπηδά με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα. Ο χρόνος πρόσκρουσης είναι $0,5\text{s}$. Ο μέσος ρυθμός μεταβολής της ορμής της μπάλας στη διάρκεια της κρούσης σε kgm/s^2 έχει μέτρο ίσο με
α) 40 β) 20 γ) 10

14. Ένα σώμα Α μάζας M είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα άλλο σώμα Β μάζας m , που κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται πλαστικά κεντρικά με το σώμα Α. Αν μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το $1/3$ της κινητικής ενέργειας που είχε ελάχιστα πριν την κρούση, τότε μεταξύ των μαζών των σωμάτων ισχύει η σχέση
α) $\frac{M}{m}=6$ β) $\frac{M}{m}=2$ γ) $\frac{M}{m}=3$

15. Μια μικρή σφαίρα Σ_1 , μάζας m_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα Σ_2 , μάζας m_2 . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες κατευθύνσεις και τα μέτρα των ταχυτήτων τους u_1' και u_2' αντίστοιχα συνδέονται με τη σχέση $u_1'=2u_2'$. Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών m_1/m_2 , είναι ίσος με:
α) 1 β) $1/5$ γ) 5

16. Σφαίρα Σ_1 κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα Σ_2 , ίσης μάζας με την Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_1 που μεταβιβάζεται στη Σ_2 κατά την κρούση είναι α. 50%. β. 100%. γ. 75%.

17. Σώμα μάζας m , το οποίο έχει κινητική ενέργεια K , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $4m$. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:
α. $5K/4$ β. K γ. $7K/4$

18. Μια μικρή σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας m_2 . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών m_1/m_2 των σφαιρών είναι:
α. 1 β. $1/3$ γ. $1/2$

19. Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζες m και $2m$, αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των

μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι

- α. $1/2$ β. 2 γ. 1 .

20. Σφαίρα A μάζας m_A συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα B μάζας m_B . Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την A στη B μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν:

- α. $m_A = m_B$ β. $m_A < m_B$ γ. $m_A > m_B$

21. Δύο μικρά σώματα με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν ΔK_1 είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 και ΔK_2 είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει

- α. $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1$ β. $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = 1$ γ. $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = \frac{m_1}{m_2}$

22. Ένα αυτοκίνητο A μάζας M βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο B μάζας m , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου A. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το $1/3$ της κινητικής ενέργειας αμέσως πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

- α. $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$ β. $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$ γ. $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$

23. Σφαίρα μάζας m_1 προσπίπτει με ταχύτητα u_1 σε ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 , με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας m_1 γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το $1/5$ της αρχικής της τιμής. Για το λόγο των μαζών ισχύει

- α. $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$ β. $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$ γ. $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$

24. Ακίνητο σώμα Σ μάζας M βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u = 100 \text{ m/s}$ σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι $V = 2 \text{ m/s}$, τότε ο λόγος των μαζών M/m είναι ίσος με:

- α. 50 β. $1/25$ γ. 49

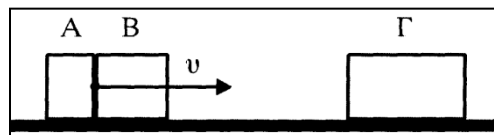
25. Σώμα μάζας m_A κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου u_A και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_B = 2m_A$. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση είναι:

- Α. $\Delta K = -\frac{m_A u_A^2}{6}$ Β. $\Delta K = -\frac{m_A u_A^2}{3}$ Γ. $\Delta K = -\frac{2m_A u_A^2}{3}$

26. Βλήμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου u_0 και σφηνώνεται σε κιβώτιο μάζας M το οποίο συγκρατείται ακίνητο κατά s_1 . Αν το βλήμα σφηνωθεί στο ίδιο κιβώτιο που τώρα είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, εισχωρεί κατά s_2 . Αν η δύναμη που δέχεται το βλήμα και στις δύο περιπτώσεις έχει την ίδια τιμή τότε ο λόγος s_2/s_1 είναι ίσος με:

- α. 1 β. $M/m+M$ γ. $M/m+M$

27. Δύο σώματα, το A με μάζα m_1 και το B με μάζα m_2 , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα u . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Μετά την κρούση το A σταματά, ενώ το B κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με

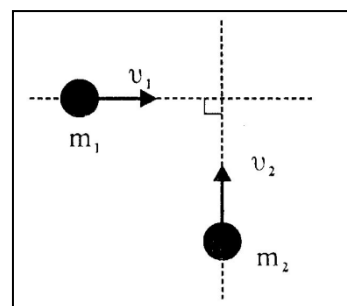


ταχύτητα $u/3$. Τότε θα ισχύει:

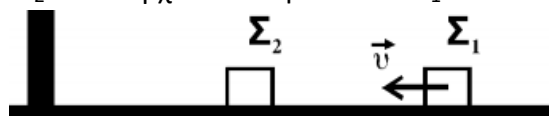
- α. $m_1/m_2 = 2$ β. $m_1/m_2 = 1/2$ γ. $m_1/m_2 = 1$

28. Δύο σώματα με μάζες $m_1=2$ kg και $m_2=3$ kg κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες $u_1=4$ m/s και $u_2=2$ m/s (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

- α. 5 J β. 10 J γ. 20 J

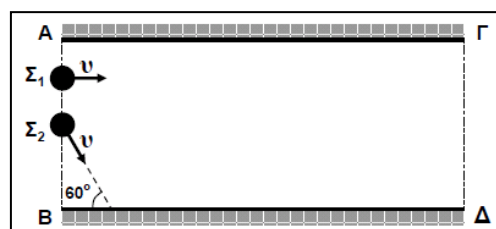


29. Στο παρακάτω σχήμα τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 είναι όμοια, το δάπεδο είναι λείο και οριζόντιο και το κατακόρυφο τοίχωμα είναι λείο και ακλόνητο. Το Σ_2 είναι αρχικά ακίνητο και το Σ_1 κινείται προς το Σ_2 με ταχύτητα u . Οι κρούσεις μεταξύ των Σ_1 και Σ_2 είναι κεντρικές και ελαστικές και η κρούση του Σ_2 με το τοίχωμα είναι ελαστική. Μετά από όλες τις κρούσεις που θα μεσολαβήσουν



- α. το Σ_1 κινείται με ταχύτητα $-u$, ενώ το Σ_2 είναι ακίνητο
 β. τα Σ_1 και Σ_2 κινούνται με ταχύτητα $-\frac{u}{2}$
 γ. το Σ_1 ακινητοποιείται, ενώ το Σ_2 κινείται με ταχύτητα $2u$

30. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους ΑΓ και ΒΔ, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα Σ_1 κινείται πάνω στο δάπεδο, με σταθερή ταχύτητα, μέτρου u , παράλληλη στους τοίχους, και καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_1 . Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα Σ_2 που έχει ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία $\phi=60^\circ$ και, ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_2 . Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση. Τότε θα ισχύει:



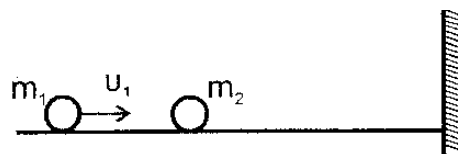
- α. $t_2=2t_1$ β. $t_2=4t_1$ γ. $t_2=8t_1$

31. Σφαίρα μάζας m_1 κινείται έχοντας κινητική ενέργεια K_1 και συγκρούεται πλαστικά με σφαίρα μάζας $m_2 = 3m_1$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι ίση με:

- α. $\frac{3}{4} K_1$ β. $\frac{1}{4} K_1$ γ. $\frac{1}{2} K_1$

32. Σώμα μάζας m_1 με κινητική ενέργεια K_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3 m_1$. Το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:
 i) 75% ii) 50% iii) 64%

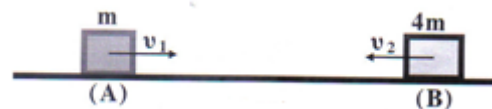
33. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου u_1 . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1 , η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο. Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2 , μετά την



κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:

- i) 3 ii) $\frac{1}{2}$ iii) $\frac{1}{3}$

34. Δύο σώματα A και B με μάζες m και $4m$ αντίστοιχα, κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο σώματα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες και συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν u_1 είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος A και V το μέτρο της ταχύτητας του



συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση, τότε: i) $V = \frac{u_1}{5}$ ii) $V = \frac{2u_1}{5}$ iii) $V = \frac{3u_1}{5}$

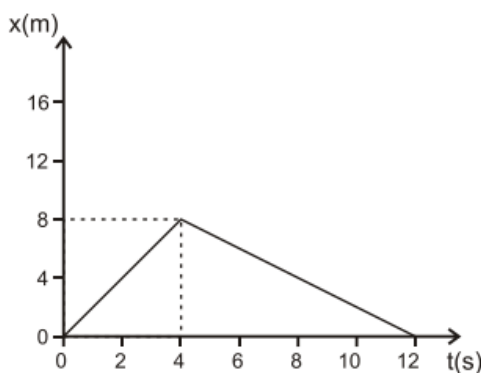
35. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1 . Το σώμα συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου u_2 όπου $u_2 < u_1$.

Η κρούση είναι :

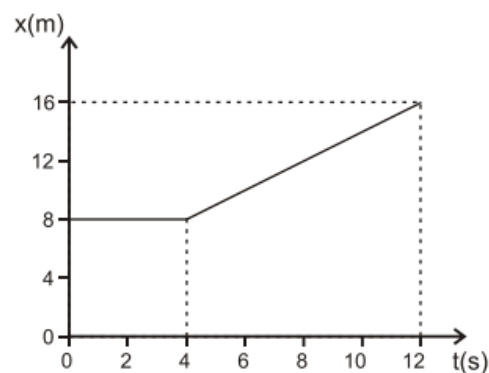
- α. Ελαστική β. Ανελαστική

36. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η

θέση x κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετριέται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο **σχήμα 4** και του σώματος m_2



Σχήμα 4



Σχήμα 5

στο **σχήμα 5**. Δίνεται

ότι $m_1 = 1\text{kg}$ και ότι η

διάρκεια επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα.

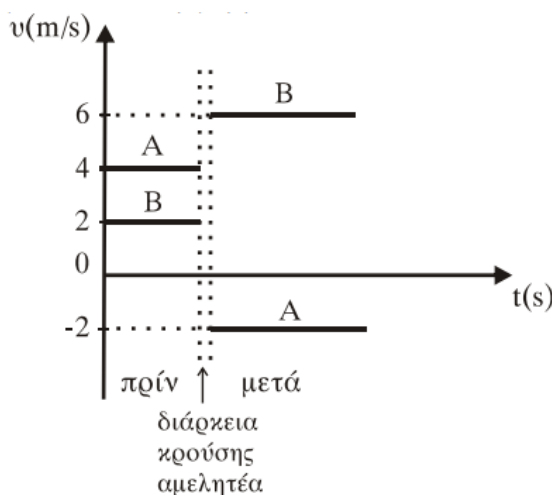
Η κρούση των δύο σωμάτων είναι

- i. ελαστική
ii. ανελαστική
iii. πλαστική.

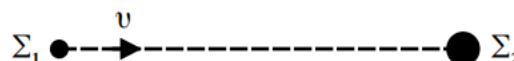
37. Δύο σώματα A και B με μάζες m_A και m_B , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.

Ο λόγος των μαζών m_A και m_B είναι:

- α. $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{5}$
β. $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$
γ. $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3}$
δ. $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2}$

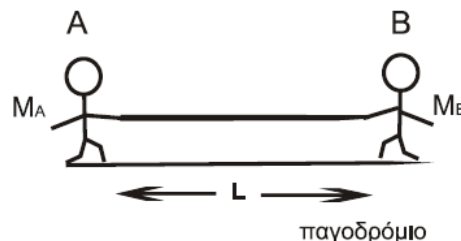


38. Μικρό σώμα Σ_1 μάζας m που κινείται με ταχύτητα u συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο μικρό σώμα Σ_2 μάζας $2m$. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 παραμένει ακίνητο. Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων



- A. αυξήθηκε B. παραμένει η ίδια Γ. ελαττώθηκε

39. Δύο μαθητές A και B, με μάζες M_A και M_B ($M_A < M_B$), στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ενός παγοδρομίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δύο μαθητές κρατάνε τις άκρες ενός σχοινού σταθερού μήκους L . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν ταυτόχρονα το σχοινί και κινούνται στην ίδια ευθεία. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι.



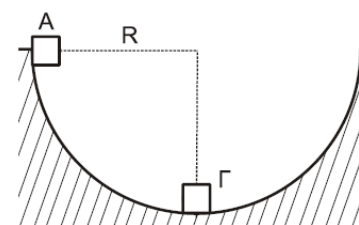
Οι αγκαλιασμένοι μαθητές:

- i. θα κινηθούν προς τα αριστερά
- ii. θα κινηθούν προς τα δεξιά
- iii. θα παραμείνουν ακίνητοι.

40. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m και $4m$ αντίστοιχα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά. Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων προς την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων είναι ίσος με:

- i. $\frac{1}{4}$
- ii. $\frac{1}{5}$
- iii. $\frac{1}{10}$

41. Από το εσωτερικό άκρο A ενός ημισφαιρίου ακτίνας R (Σχήμα) αφήνεται ελεύθερη μάζα m_1 αμελητέων διαστάσεων. Στο κατώτατο σημείο Γ του ημισφαιρίου είναι ακίνητη μια πανομοιότυπη μάζα m_2 ($m_1 = m_2 = m$) αμελητέων διαστάσεων. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



A. Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 κεντρικά και ελαστικά.

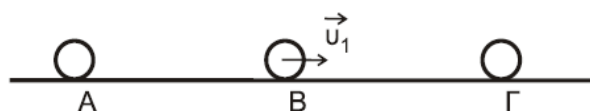
Μετά την κρούση η μάζα m_2 θα ανέλθει σε ύψος H ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με

- α. $R/4$
- β. R
- γ. $3R/2$

B. Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 μετωπικά και πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα ανέλθει σε ύψος h ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με

- α. $R/4$
- β. R
- γ. $3R/2$

42. Τρεις σφαίρες A, B, Γ ίδιων διαστάσεων με μάζες $m_A=2m$, $m_B=m$ και $m_\Gamma=2m$, αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με τα κέντρα τους στην ίδια ευθεία, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα B έχει τεθεί από εξωτερικό αίτιο σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα u_1 προς τα δεξιά χωρίς να περιστρέφεται. Η σφαίρα B αφού συγκρουστεί με τη σφαίρα Γ στη συνληξια συγκρούεται με τη σφαίρα A. Αν όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές ο λόγος της τελικής προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας B είναι



i. $1/81$ ii. 81 iii. $4/81$

Προβλήματα

1. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο τα τρία σώματα του σχήματος Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται στην ίδια ευθεία που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου.

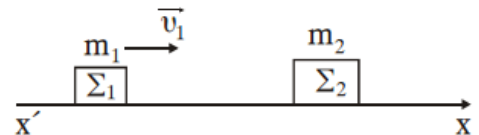


Το σώμα Σ_1 κινούμενο με ταχύτητα $u_1=6\text{m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το

ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=5\text{kg}$. Μετά την κρούση, το σώμα Σ_2 έχει ταχύτητα μέτρου $u_2=2\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το ακίνητο σώμα Σ_3 μάζας $m_3=15\text{kg}$. Το σώμα Σ_3 είναι στερεωμένο στην άκρη του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=320\text{N/m}$, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητη. Να βρείτε:

- α. Τη μάζα m_1 του σώματος Σ_1
 - β. Τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου
 - γ. Την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση
 - δ. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το ελατήριο
- Απ: α. β. γ. δ.

2. Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1=1\text{kg}$ και ταχύτητα u_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα $x'x$ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{kg}$ που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



- α. Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα $x'x$.
- β. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων.
- γ. Να υπολογίσετε το λόγο K_2/K_1 όπου K_2 η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.
- δ. Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος K_2/K_1 μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας m_1 εκκινείτο με ταχύτητα διπλάσια της u_1 .

3. Έστω σώμα (Σ) μάζας $M = 1 \text{ kg}$ και κωνικό βλήμα (β) μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$.



Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια 100 J . Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια K προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

- α. Για $K = 100 \text{ J}$ θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
 - β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια K που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);
 - γ. Για ποια τιμή του λόγου m/M το βλήμα με κινητική ενέργεια $K = 100 \text{ J}$ σφηνώνεται ολόκληρο στο (Σ);
- Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
Απ: α. $83,33\text{J}$, β. $>120\text{J}$, γ. $\rightarrow 0$

4. Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $u_1=15\text{m/s}$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $u_1'=9\text{m/s}$.



- α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών m_1/m_2 .
 β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
 γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
 δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.
 Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu=0,1$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
 Απ: α. $1/4$, β. 6m/s , γ. 64% , δ. $58,5\text{m}$

5. Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου

τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1,8\text{ m}$. Στη συνέχεια το σώμα Σ_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\text{kg}$.



Το σώμα Σ_2 είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 300\text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του Σ_1 είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:

- α. Την ταχύτητα του σώματος Σ_1 , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το Σ_2 .
 β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
 γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά
 Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\text{ m/s}^2$
 Απ: α. 6m/s , β. 2m/s , γ. $0,2\text{m}$

6. Ένα σώμα Σ_1 με μάζα $m_1=1\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα $u_1=10\text{m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα $x'x$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το σώμα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{kg}$ που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Σ_1 . Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας u_1 θετική. Να υπολογίσετε:



- α. την ταχύτητα του Σ_1 μετά την κρούση.
 β. την ταχύτητα του Σ_2 μετά την κρούση.
 γ. την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.
 δ. την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 , λόγω της κρούσης.
 Απ: α. -5m/s , β. 5m/s , γ. 50J , δ. -15 kgm/s

7. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1=m=1\text{kg}$, κινούμενη με ταχύτητα $u = \frac{4}{3}\text{ m/s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2=m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων u_1 και $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

- α. Να βρείτε τη γωνία ϕ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας u_2 με το διάνυσμα της ταχύτητας u_1 .
 β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων u_1 και u_2 .

Σώμα μάζας $M=3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k=100\text{ N/m}$, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta = 30^\circ$, όπως στο σχήμα.

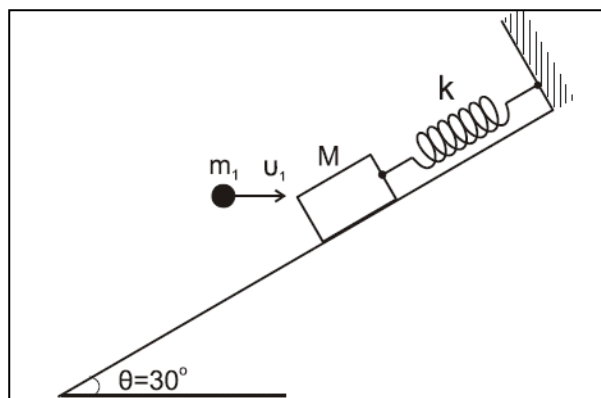
Η σφαίρα, μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα u_1 , σφηνώνεται στο σώμα M .

γ. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$,

$$\eta_{30^\circ} = \frac{1}{2}, \quad \sigma_{30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Απ: α. 90° , β. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{ m/s}$, $\frac{2}{3}\text{ m/s}$, γ. $-\frac{13}{24}\text{ J}$, δ. $0,05\sqrt{2}\text{ m}$



8. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1=m=1\text{kg}$, κινούμενη με ταχύτητα $u = \frac{4}{3}\text{ m/s}$,

συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2=m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων u_1 και $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

α. Να βρείτε τη γωνία ϕ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας u_2 με το διάνυσμα της ταχύτητας u_1 .

β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων u_1 και u_2 .

Σώμα μάζας $M=3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k=100\text{N/m}$, που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο. Το ελατήριο βρίσκεται στη θέση του φυσικού του μήκους.

Η σφαίρα, μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα u_1 , σφηνώνεται στο σώμα M .

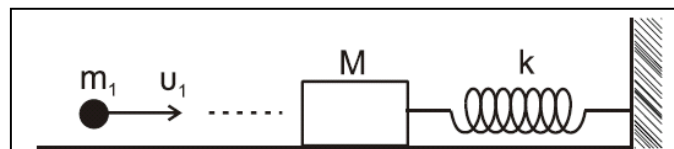
γ. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση.

δ. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος (M, m_1) και οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu = \frac{1}{12}$

και η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι $x_{\max}=0,02\text{m}$, να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου.

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

Απ: α. 90° , β. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{ m/s}$, $\frac{2}{3}\text{ m/s}$, γ. $-0,5\text{J}$, δ. 500N/m



9. Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2=2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.

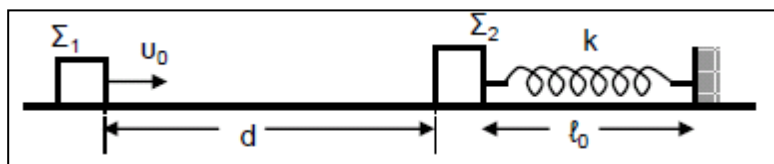
Έστω u_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1\text{ m}$ από το σώμα Σ_2 .

Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι

ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος l_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:

Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $u_1' = \sqrt{10}\text{ m/s}$ και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{ m/s}^2$.



- α. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 του σώματος Σ_1 .
- β. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.
- γ. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.

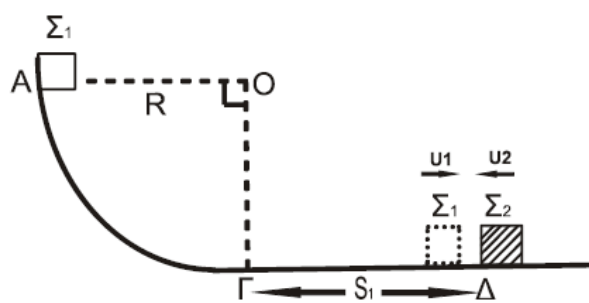
Δίνεται: $\sqrt{10} = 3,2$

- δ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1\text{kg}$ και $k = 105\text{ N/m}$.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

Απ: α. 10m/s , β. $-\frac{800}{9}\text{ s}$ γ. $0,72\text{s}$, δ. $\frac{4}{7}\text{ m}$

10. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου (ΑΓ). Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με $R = 5\text{m}$. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $S_1 = 3,6\text{m}$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3m_1$, το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ_1 , με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 4\text{m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.
- β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- γ. Δίνεται η μάζα του σώματος Σ_2 , $m_2 = 3\text{kg}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση (μονάδες 3) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδες 2).
- δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση.

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

Απ: α. 10m/s , β. -10m/s , 2m/s , γ. 18kgm/s , δ. $56,25\%$