

Μηχανικές ταλαντώσεις

Συνοπτική θεωρία

Εξισώσεις, με την προϋπόθεση ότι την $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας ($x=0$) κινούμενο προς τη θετική φορά ($u>0$) (δηλαδή το σώμα δεν έχει αρχική φάση):

- Απομάκρυνση: $x=A\cdot\eta\mu\omega t$
- Ταχύτητα: $u=u_{\max}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t$
- Επιτάχυνση: $a=-a_{\max}\cdot\eta\mu\omega t$ ή $a=-\omega^2\cdot A\cdot\eta\mu\omega t$ ή $a=-\omega^2\cdot x$

Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα έχει απομάκρυνση $x\neq 0$ (το σώμα έχει αρχική φάση ϕ_0 με $0<\phi_0<2\pi$) οι εξισώσεις παίρνουν την μορφή:

- Απομάκρυνση: $x=A\cdot\eta\mu(\omega t+\phi_0)$
- Ταχύτητα: $u=u_{\max}\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega t+\phi_0)$
- Επιτάχυνση: $a=-a_{\max}\cdot\eta\mu(\omega t+\phi_0)$ ή $a=-\omega^2\cdot x$
- Περίοδος ταλάντωσης: $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ ανεξάρτητη του πλάτους και η τιμή της καθορίζεται από τη μάζα του σώματος και τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης D
- Συχνότητα ταλάντωσης: $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$ που επειδή εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά m και D του ταλαντούμενου συστήματος λέγεται ιδιοσυχνότητα του συστήματος
- Κυκλική συχνότητα: $\omega=\sqrt{\frac{D}{m}}$
- **Αναγκαία και ικανή συνθήκη** ώστε ένα σώμα να εκτελεί αρμονική ταλάντωση είναι η συνολική δύναμη που ασκείται να είναι της μορφής $-D\cdot x$ δηλ. $\Sigma F=-D\cdot x$
- Ένα σώμα δεμένο σε ελατήριο εκτελεί ταλάντωση με σταθερά $D=k$, που είναι ανεξάρτητη από το πλάτος της ταλάντωσης και τη μάζα του σώματος
- Κινητική ενέργεια: $K=\frac{1}{2}mu^2=\frac{1}{2}mu_{\max}^2\cdot\sigma\upsilon\nu^2\omega t=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t$
- Δυναμική ενέργεια: $U=\frac{1}{2}Dx^2=\frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2\omega t$
- Ολική ενέργεια: $E=K+U=\frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{2}mu_{\max}^2$

Διατήρηση της ενέργειας:

- Μεταξύ δύο θέσεων $K_1+U_1=K_2+U_2$
- Μεταξύ τυχαίας θέσης και θέσης ισορροπίας ή μέγιστου πλάτους: $K+U=\frac{1}{2}DA^2$ ή $K+U=\frac{1}{2}mu_{\max}^2$

Η θέση ισορροπίας είναι αυτή που $\Sigma F=0$ δηλαδή η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν και όχι η θέση που το σώμα έχει ταχύτητα μηδέν

Υπολογισμός αρχικής φάσης

- Στην εξίσωση της απομάκρυνσης $x=A\cdot\eta\mu(\omega t+\phi_0)$, θέτουμε την χρονική στιγμή $t=0$, $x=d$ οπότε λύνοντας την εξίσωση $\eta\mu\phi_0=\frac{d}{A}$ βρίσκουμε δύο τιμές της γωνίας ϕ_0 μεταξύ $(0,2\pi)$ που την επαληθεύουν

- Η ακριβής τιμή της αρχικής φάσης προσδιορίζεται από τη γνώση του πρόσημου της ταχύτητας ($u > 0$ όταν η ϕ_0 ανήκει στο διάστημα $(0, \frac{\pi}{2})$ ή $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ και $u < 0$ όταν η ϕ_0 ανήκει στο διάστημα $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ ή $(\pi, \frac{3\pi}{2})$).

Για να αποδείξουμε ότι ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

1. Σημειώνουμε τις δυνάμεις στη θέση ισορροπίας και γράφουμε τη σχέση που προκύπτει από τη συνθήκη ισορροπίας $\Sigma F = 0$
2. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά x , σημειώνουμε πάλι τις δυνάμεις που ασκούνται και υπολογίζουμε τη συνισταμένη τους παίρνοντας θετική φορά τη φορά εκτροπής, δηλ. $\Sigma F = \dots$
3. Κάνοντας χρήση και της σχέσης από την 1 φέρνουμε τη συνισταμένη στη μορφή $\Sigma F = -(\dots) \cdot x$

Ρυθμοί μεταβολής:

- Ρυθμός μεταβολής της απομάκρυνσης: $\frac{\Delta x}{\Delta t} = u$
- Ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας: $\frac{\Delta u}{\Delta t} = a$
- Ρυθμός μεταβολής της ορμής: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -D \cdot x$
- Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας: $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_{\Sigma F}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot u = -D \cdot x \cdot u$
- Ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας: $\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta K}{\Delta t} = +D \cdot x \cdot u$ επειδή $K + U = \text{σταθερό}$

Όταν ένα σώμα βρίσκεται πάνω σε άλλο σώμα που ταλαντώνεται:

- Για την περίοδο μπορούμε να πάρουμε ότι $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{D_1}} = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{D_2}} = T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{D}}$ οπότε υπολογίζουμε τη σταθερά επαναφοράς για το κάθε σώμα
- Διαφορετικά βρίσκουμε τη γωνιακή συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}}$ και στη συνέχεια $D_1 = m_1 \cdot \omega^2$, $D_2 = m_2 \cdot \omega^2$

Χάσιμο επαφής

- Για να χάνουν ή όχι την επαφή τους δύο σώματα (αν F η δύναμη που ασκείται μεταξύ τους) πρέπει $F = 0$ (χάνουν την επαφή) ή $F > 0$ (δε χάνουν την επαφή) και τη συνδυάζουμε με την θέση x και την εξίσωση $\Sigma F_1 = -D_1 \cdot x$ (αν το σώμα m_1 χάνει την επαφή του). Το χάσιμο επαφής αναφέρεται συνήθως σε κατακόρυφη κίνηση σωμάτων ή σε κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο. Στις εξισώσεις αυτές επιλέγουμε θετική φορά και γράφουμε ανάλογα τα μεγέθη με τα πρόσημά τους

Ολίσθηση σώματος

- Για να μην ολισθαίνει το ένα σώμα σε σχέση με το άλλο πρέπει η τριβή που ασκείται μεταξύ τους να είναι στατική, για την οποία ισχύει $T_0 < \mu \cdot N_1$ και αναφερόμαστε ξανά στο σώμα που θα ολισθήσει. Η ολίσθηση αναφέρεται συνήθως σε οριζόντιες κινήσεις σωμάτων. Στις εξισώσεις αυτές επιλέγουμε θετική φορά και γράφουμε ανάλογα τα μεγέθη με τα πρόσημά τους

B. ΚΡΟΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Μελετάμε συστήματα που κάνουν ταλάντωση πριν και μετά την κρούση

- Η ολική ενέργεια του σώματος που εκτελεί ταλάντωση υπολογίζεται από την εξίσωση $E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$. Αυτό σημαίνει ότι όταν γνωρίζουμε την ολική ενέργεια σε μία θέση μπορούμε να υπολογίσουμε το πλάτος της ταλάντωσης και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης
- Ένα σώμα που εκτελεί ταλάντωση έχει δυναμική ενέργεια όταν έχει απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Προσοχή όταν έχουμε ελατήριο. Άλλο η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και άλλο η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης
- Πρέπει να προσέχουμε αν κατά την κρούση αλλάζει η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης
 - Αν η κρούση είναι ελαστική σε οποιαδήποτε περίπτωση η θέση ισορροπίας δεν αλλάζει
 - Αν η κρούση είναι πλαστική και το σύστημα βρίσκεται σε οριζόντια θέση δεν αλλάζει η θέση ισορροπίας ενώ αν το σύστημα βρίσκεται σε πλάγιο επίπεδο ή κατακόρυφο, η θέση ισορροπίας αλλάζει
 - Η νέα θέση ισορροπίας καθορίζεται από τη συνθήκη ισορροπίας $\Sigma F = 0$
- Στην ελαστική κρούση δεν αλλάζει η περίοδος ταλάντωσης, ενώ στην πλαστική κρούση (ή διάσπαση) αλλάζει λόγω αλλαγής της μάζας
- Η ταχύτητα που αποκτά το σώμα που ταλαντώνεται, μετά την κρούση, υπολογίζεται από τις γνωστές εξισώσεις των κρούσεων
- Αν η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας και δεν έχουμε αλλαγή της θέσης της τότε το σώμα μετά την κρούση έχει μόνο κινητική ενέργεια
- Αν η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας και έχουμε αλλαγή στην θέση της τότε το σώμα έχει και κινητική ενέργεια και δυναμική που οφείλεται στην απομάκρυνση που αποκτά λόγω αλλαγής της θέσης

Φθίνουσα, εξαναγκασμένη ταλάντωση- Σύνθεση ταλαντώσεων

- **Φθίνουσα** είναι η ταλάντωση που το πλάτος μειώνεται με την πάροδο του χρόνου λόγω απώλειας ενέργειας
 - ✓ **Απόσβεση** (ελάττωση του πλάτους) οφείλεται στις δυνάμεις που αντιτίθενται στην κίνηση και μεταφέρουν ενέργεια από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον
 - ✓ Χαρακτηριστικό της φθίνουσας ταλάντωσης η σταθερά απόσβεσης (b) η οποία εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου, το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται
 - ✓ **Συμπεράσματα:**
 - Η περίοδος για ορισμένη τιμή της σταθεράς b διατηρείται ανεξάρτητη από το πλάτος και όταν αυξάνεται (η σταθερά b) το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται πιο γρήγορα και η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση
 - Όταν η απόσβεση πάρει μεγάλες τιμές η κίνηση γίνεται απεριοδική
 - Ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός δηλαδή:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \text{σταθερός} (= e^{\Lambda \cdot T})$$
 οπότε το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά $A_k = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$ για $t = k \cdot T$ και $k = 0, 1, 2, \dots$ (Λ σταθερά που εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης και τη μάζα του σώματος που ταλαντώνεται)
 - ✓ Παρατηρήσεις:
 - Ο ρυθμός μείωσης του πλάτους αυξάνεται με την αύξηση της σταθεράς b
 - Ο χρόνος για να μειωθεί το πλάτος στο μισό λέγεται χρόνος υποδιπλασιασμού και εκφράζεται συναρτήσει της σταθεράς Λ ($= \frac{\ln 2}{\Lambda}$)
 - Η ενέργεια που χάνεται σε κάθε περίοδο είναι διαφορετική

- **Εξαναγκασμένη** είναι η ταλάντωση στην οποία δίνοντας περιοδικά ενέργεια με εξωτερικό παράγοντα, διατηρούμε το πλάτος σταθερό, στην αρχική του τιμή

- ✓ Η συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης (με μηδενική απόσβεση) ενός σώματος λέγεται

$$\text{ιδιοσυχνότητα } f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

- ✓ Η δύναμη που ασκείται εξωτερικά για να διατηρεί το πλάτος σταθερό λέγεται διεγείρουσα δύναμη και μεταβάλλεται περιοδικά
- ✓ Το σώμα που ασκεί την διεγείρουσα δύναμη λέγεται διεγέρτης
- ✓ Η συχνότητα εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη
- ✓ Ο διεγέρτης δίνει ενέργεια στο σύστημα με ρυθμό ίδιο με το ρυθμό που ελαττώνεται η ενέργεια του συστήματος, ώστε η ενέργεια του συστήματος να διατηρείται σταθερή στην αρχική της τιμή
- ✓ Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη f αυξάνεται πλησιάζοντας την ιδιοσυχνότητα του συστήματος τότε το πλάτος αυξάνεται και γίνεται άπειρο, όταν $f=f_0$ (ιδανική περίπτωση) ή μέγιστο (όταν είναι πλησίον της f_0) οπότε έχουμε το φαινόμενο του συντονισμού, και ελαττώνεται με συνεχή αύξηση
- ✓ Υπάρχουν δύο τιμές της συχνότητας του διεγέρτη, για τις οποίες έχουμε το ίδιο πλάτος εξαναγκασμένης ταλάντωσης. Μία συχνότητα μικρότερη της ιδιοσυχνότητας f_0 και μία μεγαλύτερη της f_0
- ✓ Κατά το συντονισμό ο ρυθμός που το σύστημα απορροφά ενέργεια είναι μέγιστος
- ✓ Το μέγιστο πλάτος και η τιμή της συχνότητας που παρατηρείται ο συντονισμός εξαρτώνται από την σταθερά απόσβεσης. Το μέγιστο πλάτος ελαττώνεται με αύξηση της σταθεράς, η τιμή της συχνότητας που παρατηρείται το μέγιστο ελαττώνεται λίγο με αύξηση της σταθεράς
- ✓ Όταν κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $A=A(f_0)$, το πλάτος A για $f=0$ είναι $A=A_0$

Σύνθεση ταλαντώσεων

- Σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση

- $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$
- $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \phi)$ με $0 \leq \phi \leq \pi$

- Σύνθετη: $x = A \eta \mu(\omega t + \theta)$ όπου $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \phi}$ και $\epsilon \phi \theta = \frac{A_2 \eta \mu \phi}{A_1 + A_2 \cos \phi}$

- Το αποτέλεσμα είναι απλή αρμονική ταλάντωση ίδιας συχνότητας και διεύθυνσης με τις αρχικές, με πλάτος και φάση που εξαρτώνται από τα στοιχεία των αρχικών

- ✓ Αν $\phi=0$ τότε $A=A_1+A_2$ και $\theta=0$

- ✓ Αν $\phi=180^\circ$ τότε $A=|A_1-A_2|$ και $\theta=0$ ή 180° δηλαδή η σύνθετη έχει φάση τη φάση της ταλάντωσης με το μεγαλύτερο πλάτος

- Ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης $E = \frac{1}{2} D \cdot A^2$ όπου D η σταθερά της κάθε ταλάντωσης και της σύνθετης ($D=m \cdot \omega^2$) και A το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης

- Για τη σύνθετη ταλάντωση αν $E_1 = \frac{1}{2} D \cdot A_1^2$ και $E_2 = \frac{1}{2} D \cdot A_2^2$ για τις επιμέρους ταλαντώσεις γενικά **δεν ισχύει**

$$E = E_1 + E_2 \text{ αλλά είναι } E \neq E_1 + E_2$$

- Η ενέργεια στην σύνθεση ταλαντώσεων είναι φαινόμενο κυματικό γι' αυτό δεν γράφουμε τη διατήρηση της ενέργειας

- Σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με ίδιο πλάτος και διαφορετικές συχνότητες
- $x_1 = A \eta \mu \omega_1 t$
 - $x_2 = A \eta \mu \omega_2 t$
 - Σύνθετη: $x = 2A \sigma \nu \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \cdot \eta \mu \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right)$
 - Αν ω_1 διαφέρει λίγο από ω_2 τότε η κίνηση λέγεται διακρότημα και:
 - ✓ $A' = 2A \sigma \nu \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right)$ πλάτος διακροτήματος
 - ✓ $\bar{\omega} = \omega_1 \approx \omega_2$ οπότε $x = A' \eta \mu \bar{\omega} t$
 - ✓ Συχνότητα της ταλάντωσης $f = \frac{f_1 + f_2}{2}$, κυκλική συχνότητα ταλάντωσης $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$
 - ✓ Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς (ή δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις) του πλάτους λέγεται περίοδος του διακροτήματος $T_\delta = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$ ή

$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$$
 - ✓ Συχνότητα διακροτήματος $f_\delta = |f_1 - f_2|$
 - ✓ Αν ζητείται κάποια από τις συχνότητες f_1, f_2 τότε $f_1 - f_2 = \pm f_\delta$
 - ✓ Σε μία περίοδο έχουμε ένα μέγιστο πλάτος και ένα μηδενισμό του πλάτους
 - ✓ Πλήθος μηδενισμών του πλάτους σε χρόνο t : $N = \frac{t}{T_\delta}$
 - ✓ Πλήθος ταλαντώσεων σε χρόνο T_δ : $N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{T_\delta}{T}$ και σε χρόνο t : $N = \frac{t}{T}$

Εφαρμογές

Εξισώσεις ταλάντωσης – εύρεση αρχικής φάσης

1. Να δειχθεί σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η σχέση $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

2. Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T=\frac{\pi}{10}\text{s}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ περνά από τη θέση $x=0,25\text{m}$ με ταχύτητα $v=5\sqrt{3}\text{ m/s}$. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , v , a

Απ: $x=0,5\eta\mu(20t+\frac{\pi}{2})$

3. Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή $t=0$ περνά από τη θέση $x=\frac{A}{2}=0,4\text{m}$ με θετική ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ περνά από την ίδια θέση με

αρνητική ταχύτητα. Να βρεθούν:

α. Η περίοδος T

β. Οι χρονικές εξισώσεις x , v , a

γ. Η δύναμη F και η κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t_2=3\text{s}$

Απ: α. 6s , β. $x=0,8\eta\mu(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{6})$, γ. $8/9\text{N}$, $0,16/3\text{ J}$

4. Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=2\text{m}$ με περίοδο $T=2\text{s}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=\sqrt{2}\text{ m}$, έχοντας αρνητική ταχύτητα

α. Να γραφούν οι εξισώσεις x , v , a , F , U , K συναρτήσει του χρόνου

β. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια και οι ρυθμοί μεταβολής της ταχύτητας της ορμής και της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$

Απ: α. $\phi=3\pi/4$, $v_{\max}=2\pi\text{m/s}$, $a_{\max}=20\text{m/s}^2$, $D=10\text{N/m}$, β. 10J , $10\sqrt{2}\text{ m/s}^2$, $10\sqrt{2}\text{ N}$, $20\pi\text{ J/s}$

Ασκήσεις με ενέργειες χωρίς χρήση χρονικών εξισώσεων

5. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν η απομάκρυνση έχει τις τιμές $x_1=0,16\text{m}$ και $x_2=0,12\text{m}$ η ταχύτητα αντίστοιχα έχει τιμές $v_1=1,2\text{m/s}$ και $v_2=1,6\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

α. η περίοδος της ταλάντωσης

β. το πλάτος της ταλάντωσης

Απ: α. $0,2\pi\text{ s}$, β. $0,2\text{m}$

6. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x=A\cdot\eta\mu\omega t$. Να βρεθούν:

α. Σε ποιες θέσεις

β. Ποιες χρονικές στιγμές (συναρτήσει της περιόδου) στην 1^η περίοδο

1. η κινητική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική (η πρόταση αναφέρεται και στα δύο ερωτήματα)

2. η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής

Απ: 1. α. $x=\pm A\frac{\sqrt{2}}{2}$ β. $T/8$, $3T/8$, $5T/8$, $7T/8$, 2. Απ: α. $\pm\frac{A}{2}$ β. $T/12$, $5T/12$, $7T/12$, $11T/12$

7. Σώμα μάζας $m=10^{-2}\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ολική ενέργεια είναι $E=32\cdot 10^{-4}\text{J}$ και η επιτάχυνση σε συνάρτηση με την απομάκρυνση δίνεται από τη σχέση $a=-16\cdot x\text{ (S.I.)}$

α. Ποιο είναι το πλάτος A και η περίοδος T

β. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ η κινητική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική και το σώμα βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα κινούμενο κατά τη θετική φορά, να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , v , a

γ. Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ταχύτητας, της ορμής και της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{2} \text{ s}$

Απ: α. $0,2\text{m}$, $\frac{\pi}{2} \text{ s}$, β. $x=0,2\eta\mu(4t+\frac{\pi}{4})$, γ. $1,6\sqrt{2} \text{ m/s}^2$, $-0,016\sqrt{2} \text{ N}$, $128\cdot 10^{-4} \text{ J/s}$

Υπολογισμός χρονικών στιγμών και χρονικής διάρκειας

8. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο χρόνος για να κινηθεί μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων της ταλάντωσης είναι $\Delta t=2\text{s}$. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση $x=+A$

α. Πότε περνά για πρώτη φορά από τη θέση $x_1 = -\frac{A}{2}$;

β. Πότε περνά από τη θέση $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ κινούμενο προς τα θετικά;

γ. Ποιες χρονικές στιγμές περνά από τη θέση $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$;

Απ: α. $4/3\text{s}$, β. $11/3\text{s}$, γ. $2(2\kappa - \frac{1}{4})$ $\kappa=1,2,3, \dots$, $2(2\kappa + \frac{1}{4})$ $\kappa=1,2,3, \dots$,

9. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T . Τη χρονική στιγμή $t=0$ περνά από τη θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα. Ο χρόνος μέχρι να φτάσει για πρώτη φορά από την αρχική θέση, σε ακραία θέση είναι $\Delta t=2\text{s}$.

α. Ποια χρονική στιγμή περνά για πρώτη φορά από τη θέση $x_1 = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$;

β. Ποια χρονική στιγμή περνά για πρώτη φορά από τη θέση $x_2 = -\frac{A}{2}$ με θετική ταχύτητα;

Απ: α. $20/3\text{s}$, β. $22/3\text{s}$

10. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο χρόνος για να κινηθεί μεταξύ δύο ακραίων θέσεων είναι $\Delta t=1\text{s}$. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση $x = \frac{A}{2}$ κινούμενο με θετική

ταχύτητα, να βρεθεί ο χρόνος για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ και αρνητική

ταχύτητα στη θέση $x_2 = -\frac{A}{2}$

α. με αρνητική ταχύτητα

β. με θετική ταχύτητα

Απ: α. $0,5\text{s}$, β. $7/6 \text{ s}$,

11. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=+A$ και ο ελάχιστος χρόνος για να κινηθεί το σώμα μέχρι τη θέση $x_1 = -\frac{A}{2}$ είναι $\Delta t=3\text{s}$, να

βρεθούν:

α. Η περίοδος T

β. Ο χρόνος για να κινηθεί από τη θέση $x_2 = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ και αρνητική ταχύτητα μέχρι τη θέση $x_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ και θετική ταχύτητα
 Απ: α. 9s, β. 4,5s

Ταλαντώσεις με ελατήριο

12. Σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου οριζόντιου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $x=0,2\text{m}$ και στη θέση αυτή του δίνουμε αρχική ταχύτητα

$u_0 = \sqrt{3}\text{ m/s}$ με φορά τη φορά εκτροπής, την οποία και θεωρούμε θετική φορά.

α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογιστούν η κυκλική συχνότητα, η περίοδος και το πλάτος ταλάντωσης

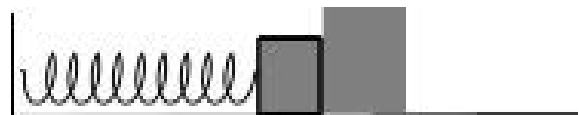
β. Αν θεωρήσουμε $t=0$ τη στιγμή που εκτοξεύουμε το σώμα να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , u και a

γ. Πότε περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας και από τις ακραίες θέσεις;

δ. Ποιος ο λόγος της ολικής ενέργειας ταλάντωσης προς τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;

Απ: α. 5rad/s , $0,4\text{m}$, β. $x=0,4\text{m}(5t+\frac{\pi}{6})$, γ. $\pi/6\text{ s}$, $\pi/15\text{s}$, $4\pi/15\text{s}$, δ. 1

13. Οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ έχει το ένα του άκρο στερεωμένο και στο άλλο του άκρο έχει δεμένο σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$. Συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά $d=0,4\text{m}$ και στη θέση αυτή τοποθετούμε άλλο σώμα μάζας $m_2=3\text{kg}$ μπροστά του. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Αν μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου δεν υπάρχουν τριβές, να υπολογιστούν:



α. Το μέτρο των ταχυτήτων των σωμάτων τη στιγμή που αποχωρίζονται και να δικαιολογηθεί η θέση όπου γίνεται αυτό

β. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα μάζας m_1 .

γ. Την απόσταση των σωμάτων τη στιγμή που το σώμα μάζας m_1 ακινητοποιείται για πρώτη φορά

Απ: α. 2m/s , β. $0,2\text{m}$, γ. $0,114\text{m}$

14. Σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το κάτω άκρο του οποίου στερεώνεται στο έδαφος. Συσπειρώνουμε επιπλέον το ελατήριο κατά $x=0,4\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

α. Να δείξετε ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να βρεθούν η περίοδος, η κυκλική συχνότητα, το πλάτος, η μέγιστη ταχύτητα και η μέγιστη επιτάχυνση

β. Να υπολογιστεί η ολική ενέργεια της ταλάντωσης και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

γ. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας και της ορμής στο κέντρο της ταλάντωσης και στις ακραίες θέσεις;

δ. Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο περνά για πρώτη φορά από το κέντρο της ταλάντωσης και από τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης;

ε. Θεωρώντας $t=0$ τη στιγμή που αφήνουμε το σώμα ελεύθερο και θετική φορά προς τα κάτω να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , u και a

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $\omega=5\text{rad/s}$, $A=0,4\text{m}$, β. 8J, 32J, γ. 0, $\pm 10\text{m/s}^2$, 0, $\pm 40\text{N}$, δ. $T/4$, $T/2$, ε. $x=0,4\eta\mu(5t+\frac{\pi}{2})$

15. Σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Με το σώμα επιμηκύνουμε επιπλέον το ελατήριο κατά $x=0,2\text{m}$ και στη θέση αυτή δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα u_0 με φορά προς τα κάτω, την οποία θεωρούμε και θετική φορά.

α. Να βρεθεί η ταχύτητα u_0 για την οποία το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0,4\text{m}$

β. Ποιος ο λόγος της ολικής ενέργειας ταλάντωσης προς την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

γ. Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ταχύτητας και τη ορμής τη στιγμή που ξεκινά η ταλάντωση και στις ακραίες θέσεις ταλάντωσης

δ. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , u και a αν θεωρήσουμε $t=0$ τη στιγμή που αρχίζει η ταλάντωση

ε. Ποιες χρονικές στιγμές περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας και τις ακραίες θέσεις ταλάντωσης;

Απ: α. $\sqrt{3}\text{m/s}$, β. $\frac{1}{4}$, γ. 0, 0, -10m/s^2 , -40N , 10m/s^2 , 40N , δ. $x=0,4\eta\mu(5t+\frac{\pi}{6})$, ε. $\pi/6\text{ s}$, $\pi/15\text{s}$, $4\pi/15\text{s}$

16. Σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου, ώστε ο άξονάς του να είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο. Συσπειρώνουμε επιπλέον το ελατήριο κατά $x=0,2\text{m}$ και από τη θέση αυτή αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

α. Δείξτε ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και υπολογίστε την κυκλική συχνότητα και την περίοδο, το πλάτος, τη μέγιστη ταχύτητα και μέγιστη επιτάχυνση

β. Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που το αφήνουμε περνά για πρώτη φορά από το κέντρο ταλάντωσης και τη μέγιστη απομάκρυνση

γ. Αν θεωρήσουμε $t=0$ τη στιγμή που αφήνουμε το σώμα και θετική φορά τη φορά εκτροπής να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , u και a

Απ: α. 0,4πs, 5rad/s, 0,2m, β. 0,1πs, 0,2πs γ. $x=0,2\eta\mu(5t+\frac{\pi}{2})$

17. Σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου, ώστε ο άξονάς του να είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο. Συσπειρώνουμε επιπλέον το ελατήριο κατά $x=0,2\text{m}$ και από τη θέση αυτή αφήνουμε το σώμα ελεύθερο, δίνοντας στο σώμα και αρχική ταχύτητα u_0 κατά τη φορά συσπείρωσης, την οποία θεωρούμε και θετική φορά.

α. Να υπολογίστε την κυκλική συχνότητα και την περίοδο της ταλάντωσης

β. Για ποια τιμή της ταχύτητας u_0 το σώμα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος $A=0,4\text{m}$;

γ. Να βρεθούν για την παραπάνω τιμή της ταχύτητας η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης και η μέγιστη επιτάχυνση

δ. Ποιο ποσοστό της ολικής ενέργειας ταλάντωσης είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;

ε. Θεωρώντας $t=0$ τη χρονική στιγμή που αφήνουμε το σώμα να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , u , a

στ. Ποια χρονική στιγμή περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας και από τις θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης;

Απ: α. 5rad/s, β. $\sqrt{3}$ m/s, γ. 2m/s, 10m/s², δ. 225%, ε. $x=0,4\eta\mu(5t+\frac{\pi}{6})$, στ. $\pi/6$ s, $\pi/15$ s, $4\pi/15$ s

18. Σώμα μάζας $m=0,5$ kg στερεώνεται στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=32$ N/m και ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=8$ N και φορά τέτοια ώστε να τεντώνει το ελατήριο.

α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

β. Να υπολογιστεί το πλάτος και η ενέργεια της ταλάντωσης

γ. Κάποια στιγμή που το ελατήριο είναι τεντωμένο κατά 0,5m καταργούμε ακαριαία τη δύναμη.

Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της νέας ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή που καταργήθηκε η δύναμη και θετική φορά τη φορά της δύναμης

Απ: β. 0,25m, 1J, γ. $0,5\eta\mu(8t + \frac{\pi}{2})$

Ταλαντώσεις με αλλαγή θέσης ισορροπίας - Χάσιμο επαφής

19. Σώμα Α μάζας $m_1=4$ kg κρέμεται από ελατήριο σταθεράς $k=100$ N/m. Στο κάτω άκρο του σώματος Α μέσω νήματος κρέμεται άλλο σώμα Β μάζας $m_2=2$ kg και το σύστημα ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα Α εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογιστούν:

α. Η κυκλική συχνότητα, η περίοδος, το πλάτος ταλάντωσης, καθώς επίσης και η μέγιστη ταχύτητα και επιτάχυνση ταλάντωσης

β. Θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς την οποία κινείται αρχικά το σώμα Α, να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , v , a και F

γ. Ο χρόνος για να φτάσει στη θέση ισορροπίας και στην μέγιστη απομάκρυνση

Απ: α. 5rad/s, 0,2m, β. $x=0,2\eta\mu(5t+\frac{3\pi}{2})$, γ. $T/4$, $T/2$

20. Σώμα μάζας $m_1=2$ kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100$ N/m. Πάνω στο m_1 κολλάμε άλλο σώμα μάζας $m_2=2$ kg και ταυτόχρονα δίνουμε στο σύστημα ταχύτητα v_1 με φορά προς τα κάτω

α. Για ποια τιμή της ταχύτητας v_1 το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0,4$ m;

β. Ποιος είναι ο λόγος της μέγιστης δύναμης του ελατηρίου προς τη μέγιστη δύναμη επαναφοράς;

γ. Αν θεωρήσουμε $t=0$ τη χρονική στιγμή που αρχίζει η ταλάντωση και θετική φορά προς τα κάτω, να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις x , v και a

Απ: α. $\sqrt{3}$ m/s, β. 4/5, γ. $x=0,4\eta\mu(5t+\frac{11\pi}{6})$

21. Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=3$ kg είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=400$ N/m και ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t=0$ τοποθετούμε πάνω στο σώμα Σ_1 άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1$ kg και αφήνουμε το σύστημα των δύο σωμάτων ελεύθερο να εκτελέσει ταλάντωση.

α. Να υπολογιστεί η περίοδος και το πλάτος της ταλάντωσης των δύο σωμάτων

β. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_2 δεν θα χάσει την επαφή του από το σώμα Σ_1

γ. Να υπολογίσετε την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να δώσουμε στο σύστημα τη στιγμή που τοποθετούμε το Σ_2 πάνω στο Σ_1 ώστε το Σ_2 να χάσει την επαφή του με το Σ_1

Δίνεται $g=10$ m/s²

Απ: α. $0,2\pi\text{s}$, β. $N=10 - 100x > 0$, γ. $\frac{\sqrt{15}}{4} \text{ m/s}$

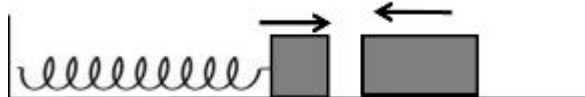
22. Σώμα μάζας $M=3\text{Kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται. Στο σώμα μάζας M τοποθετούμε άλλο σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$. Μεταξύ των σωμάτων ασκείται τριβή με συντελεστή μ . Εκτρέπουμε το σύστημα από τη θέση ισορροπίας κατά $x=0,2\text{m}$ και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Αν πάρουμε ως $t=0$ τη χρονική στιγμή που αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο, θετική φορά τη φορά εκτροπής και με την προϋπόθεση ότι το ένα σώμα δεν ολισθαίνει ως προς το άλλο, να γραφεί

- α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου
- β. Η σταθερά επαναφοράς του σώματος μάζας m
- γ. Η εξίσωση υπολογισμού της τριβής που δέχεται το σώμα μάζας m συναρτήσει της απομάκρυνσης
- δ. Ο ελάχιστος συντελεστής τριβής για να μην ολισθαίνει το σώμα μάζας m πάνω στο σώμα μάζας M . Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $x=0,2\eta\mu(5t + \frac{\pi}{2})$, β. 25N/m , γ. $T=25x - 0,2 \leq x \leq 0,2$, δ. $0,5$

Κρούσεις με ταλάντωση

23. Οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ έχει το ένα του άκρο στερεωμένο και στο άλλο του άκρο έχει δεμένο σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$. Συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά $d=0,4\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί πάνω στο λείο επίπεδο. Τη στιγμή που περνά από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ που κινείται αντίρροπα με ταχύτητα $u_2=3\text{m/s}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Αν μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου δεν υπάρχουν τριβές, να υπολογιστούν:



- α. Οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση
- β. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα μάζας m_1
- γ. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος που ταλαντώνεται παίρνοντας ως θετική φορά τη αρχική φορά κίνησης

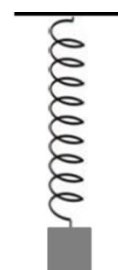
Απ: α. 3m/s , 4m/s , β. $0,3\text{m}$, γ. $0,3\eta\mu(10t + \pi)$

24. Σώμα μάζας $M=4\text{kg}$ ισορροπεί κρεμασμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην οροφή. Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $u_0=7 \text{ m/s}$ από απόσταση $d=1,2 \text{ m}$ και συγκρούεται ελαστικά με το M . Να υπολογιστούν:

- α. Οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση
- β. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα
- γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης παίρνοντας ως θετική φορά τη φορά κίνησης του m .
- δ. Η απόσταση των σωμάτων τη στιγμή που το σώμα που ταλαντώνεται ακινητοποιείται για πρώτη φορά

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, $\pi^2=10$

Απ: α. -3m/s , 2m/s , β. $0,4\text{m}$, γ. $0,4\eta\mu 5t$, δ. $1,442\text{s}$



u_0



25. Σώμα Σ μάζας $M=4\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου

σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στο έδαφος. Συσπειρώνουμε το σώμα Σ κατά $d=0,8\text{m}$ και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα Σ περνά από τη θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με το σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ που το έχουμε αφήσει από ύψος h . Να υπολογιστούν:

- Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m
- Οι ταχύτητες που αποκτούν τα σώματα αμέσως μετά την κρούση
- Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Μ

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, $\pi^2=10$

Απ: α. $0,5\text{m}$, β. 4m/s , γ. $0,2\pi\text{m}$

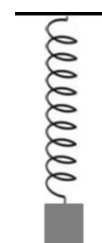
26. Το σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$ και εκτελεί ταλάντωση πλάτους $A=0,5\text{m}$. Τη στιγμή που περνά από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου συγκρούεται πλαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2=3\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_2=3\text{m/s}$ με φορά αντίθετη του m_1 .



- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος παίρνοντας ως θετική φορά τη φορά κίνησης του m_2

Απ: α. $0,1\text{m}$ β. $0,1\eta\mu(10t + \pi)$

27. Σώμα μάζας $m_1=3\text{kg}$ ισορροπεί κρεμασμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην οροφή. Σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $u_0=4\text{m/s}$ από απόσταση $d=0,6\text{m}$ και συγκρούεται πλαστικά με το m_1 . Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα του συσσωματώματος
- Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος παίρνοντας ως θετική φορά τη φορά κίνησης του m_2

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,5\text{m/s}$, β. $0,1\sqrt{2}\text{m}$ γ. $0,1\sqrt{2}\eta\mu(5t + \pi/4)$



28. Σώμα μάζας $m_1=3\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στο έδαφος. Σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ αφήνεται ελεύθερο από ύψος $h=0,2\text{m}$ πάνω από το σώμα και πέφτοντας συγκρούεται πλαστικά με το m_1 . Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα του συσσωματώματος
- Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος παίρνοντας ως θετική φορά τη φορά κίνησης του m_2

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,5\text{m/s}$, β. $0,1\sqrt{2}\text{m}$ γ. $0,1\sqrt{2}\eta\mu(5t + 3\pi/4)$

29. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=300\text{N/m}$, σώμα μάζας $m_2=3\text{kg}$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ και αρχικής ταχύτητας $u_0=5\text{m/s}$ που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $s=0,9\text{m}$. Τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά

- Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

β. Η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $\frac{7}{60}\text{ m}$, β. $\frac{11}{60}\text{ m}$ επιμήκυνση

Φθίνουσες – Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις

30. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση το πλάτος μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$. Ναδειχθεί:

α. ότι ο χρόνος για να μειωθεί το πλάτος από οποιαδήποτε τιμή του στο μισό της είναι σταθερός (χρόνος ημίσειας ζωής) και ίσος με $\frac{\ln 2}{\Lambda}$

β. για τα πλάτη ισχύει: $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \dots = \frac{A_v}{A_{v+1}} = e^{\Lambda t}$

γ. για τις ενέργειες ισχύει: $\frac{E_0}{E_1} = \frac{E_1}{E_2} = \dots = \frac{E_v}{E_{v+1}} = e^{2\Lambda t}$

δ. το ποσοστό μείωσης του πλάτους και της ενέργειας είναι ίδιο σε κάθε περίοδο όποια και αν είναι αυτή

31. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση το πλάτος μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ έχουμε πλάτος A_0 και ενέργεια E_0 . Μετά από 20

πλήρεις ταλαντώσεις του πλάτος έχει γίνει $A_1 = \frac{A_0}{3}$.

α. Ποιο θα είναι το πλάτος μετά από 40 ακόμη πλήρεις ταλαντώσεις;

β. Ποιο ποσοστό της αρχικής ενέργειας ταλάντωσης είναι η απώλεια ενέργειας κατά τη διάρκεια των 40 παραπάνω επιπλέον ταλαντώσεων;

Απ: α. $\frac{A_0}{27}$ β. 11%

32. Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη βοήθεια τροχού. Όταν η συχνότητα του τροχού είναι f_1 η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος είναι $x_1=0,2\mu\text{m}\sin(5\pi t)$ (S.I). Όταν η συχνότητα γίνει f_2 η ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος δίνεται από την εξίσωση $v_2=3,2\sin(16\pi t)$ (S.I)

α. Να υπολογιστούν οι συχνότητες f_1 και f_2

β. Να υπολογιστούν τα αντίστοιχα πλάτη A_1 και A_2

γ. Με ποια από τις ακόλουθες τιμές μπορεί να είναι ίση η ιδιοσυχνότητα του συστήματος;

1. $\frac{10}{\pi}\text{ Hz}$, 2. $\frac{5}{\pi}\text{ Hz}$, 3. $\frac{2}{\pi}\text{ Hz}$

δ. Για την παραπάνω συχνότητα να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου

Σύνθεση ταλαντώσεων - διακρότημα

33. Να βρεθεί η συνισταμένη κίνηση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της μορφής $x_1=3\eta\mu\frac{\pi}{2}t$

και $x_2=\sqrt{3}\eta\mu(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$ (x σε cm και t σε s)

Απ: $x=2\sqrt{3}\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{6})$

34. Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ εκτελεί συνισταμένη κίνηση λόγω δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της μορφής $x_1=4\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{6})$ και $x_2=4\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2})$ (x σε cm και t σε s)

α. Να γραφεί η εξίσωση της σύνθετης κίνησης

β. Να υπολογιστεί η ενέργεια της ταλάντωσης

Απ: α. $x=4\sqrt{3}\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3})$

35. Δύο πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται η μία κοντά στην άλλη και παράγουν απλούς ήχους ίδιας έντασης πλάτους $0,1\text{m}$ και με συχνότητα $f_1=102\text{Hz}$ και $f_2=100\text{Hz}$ αντίστοιχα. Ένας παρατηρητής ακούει διακροτήματα.

α. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που ακούει ο παρατηρητής και να βρεθεί ο αριθμός των ταλαντώσεων της μεμβράνης του αυτιού του σε χρόνο 1s

β. Ποια είναι η περίοδος του διακροτήματος

γ. Να υπολογίσετε τον αριθμό μηδενισμών του πλάτους της ταλάντωσης σε χρόνο 10s

δ. Πόση πρέπει να γίνει η συχνότητα f_2 , ώστε ο παρατηρητής σε χρόνο 1s να ακούει 3 πλήρη διακροτήματα

Απ: α. $0,2\sin(2\pi t)\eta\mu(202\pi t)$, 101 , β. $0,5\text{s}$, γ. 20 , δ. 105Hz , ή 99Hz

Ερωτήσεις

1. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν:

1.1. Σε σώμα που εκτελεί Γ.Α.Τ όταν η απομάκρυνση είναι μηδέν τότε η ταχύτητα είναι μέγιστη και η επιτάχυνση μηδέν

1.2. Στην απλή αρμονική ταλάντωση το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο στη θέση $x=0$

1.3. Σε σώμα που εκτελεί Γ.Α.Τ η διαφορά φάσης επιτάχυνσης-ταχύτητας είναι π

1.4. Στην απλή αρμονική ταλάντωση ενός σώματος η απομάκρυνση και η ταχύτητα έχουν ίσες φάσεις

1.5. Σε ένα ταλαντούμενο σύστημα η ολική ενέργεια ταλάντωσης είναι πάντα μεγαλύτερη από την δυναμική

1.6. Η τιμή της τιμής της σταθεράς D σχετίζεται με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος

1.7. Η σταθερά επαναφοράς δεν επηρεάζει την περίοδο του ταλαντευόμενου συστήματος

1.8. Η ολική ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι σταθερή και ανάλογη του με το τετράγωνο του πλάτους

1.9. Η ολική ενέργεια ενός ταλαντωτή καθορίζει το πλάτος A και τη μέγιστη ταχύτητα $u_{\max}$

- 1.10. Σε σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχουμε περιοδική μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική και αντιστρόφως
- 1.11. Η περίοδος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης
- 1.12. Το πλάτος της ελεύθερης ταλάντωσης ενός σώματος είναι πάντα σταθερό
- 1.13. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, αν η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F=-b \cdot v$
- 1.14. Στη φθίνουσα ταλάντωση το ποσό ενέργειας που χάνεται από το ταλαντούμενο σύστημα σε κάθε περίοδο είναι σταθερό
- 1.15. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b .
- 1.16. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης ενός σώματος είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος που ταλαντώνεται
- 1.17. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι ίση με τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης
- 1.18. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο
- 1.19. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης ενός σώματος δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης
- 1.20. Όταν η απόσβεση είναι πολύ μεγάλη τότε το φαινόμενο του συντονισμού δεν παρατηρείται ή γίνεται ελάχιστα αντιληπτό
- 1.21. Κατά το συντονισμό αν η σταθερά απόσβεσης b είναι μηδέν, το πλάτος της ταλάντωσης θεωρητικά γίνεται άπειρο
- 1.22. Η κίνηση ενός σώματος που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο είναι πάντα μια απλή αρμονική ταλάντωση
- 1.23. Το πλάτος της ταλάντωσης ενός σώματος που εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους A οι οποίες εξελίσσονται γύρω από το ίδιο σημείο με συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, είναι $|A|=2A|\sin((f_1-f_2)t)|$

2. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν:

2.1. Σφαιρίδιο μάζας m είναι αναρτημένο στο ελεύθερο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Το σύστημα εκτελεί ταλάντωση πλάτους A . Η ολική ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – μάζα είναι ίση με:

A. Την ενέργεια που του προσφέραμε αρχικά για να το διεγείρουμε σε ταλάντωση

B. Το άθροισμα της κινητικής ενέργειας του σώματος και της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου οποιαδήποτε χρονική στιγμή

- Γ. Την κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση ισορροπίας
- Δ. Την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στις ακραίες θέσης ταλάντωσης

2.2. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση $x=A\cdot\eta\mu(\omega t + \phi_0)$.

- Α. Για τη συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο σώμα ισχύει η σχέση $F=-m\omega^2x$
- Β. Η φάση της ταχύτητας u προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά $\frac{\pi}{2}$
- Γ. Η φάση της επιτάχυνσης a προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά π
- Δ. Η ταχύτητα u και η δύναμη F είναι μεγέθη συμφασικά

2.3. Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση:

- Α. Η ιδιοσυχνότητα f_0 της ταλάντωσης του συστήματος είναι ανεξάρτητη από τη συχνότητα του διεγέρτη
- Β. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα f του διεγέρτη
- Γ. Η μετατόπιση της συχνότητας συντονισμού από την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης
- Δ. Ο ρυθμός με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα απορροφά την ενέργεια είναι ανεξάρτητος από τη σταθερά απόσβεσης

2.4. Σε ταλαντούμενο σύστημα μάζας – ελατηρίου εκτός από τη δύναμη επαναφοράς $-kx$ ενεργούν:

- 1. μία δύναμη αντίστασης $-bu$, όπου b η σταθερά απόσβεσης και u η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας
- 2. περιοδική δύναμη $F=F_0\eta\mu\omega t$ σταθερού πλάτους και μεταβλητής συχνότητας
- Α. Για το σώμα ισχύει $F_0\eta\mu\omega t - kx - bu = ma$
- Β. Αν η συχνότητα $f_{εξ}$ της περιοδικής δύναμης F είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή και αρχίζει να αυξάνεται συνεχώς, το πλάτος της ταλάντωσης συνεχώς θα αυξάνεται
- Γ. Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$
- Δ. Όταν $f_{εξ} < f_0$ το σύστημα ταλαντώνεται με την ιδιοσυχνότητά του

2.5. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους A και διαφορετικών συχνοτήτων f_1 και f_2 αντίστοιχα. Οι ταλαντώσεις εκτελούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Αν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, τότε:

- Α. Η σύνθεση των δύο ταλαντώσεων είναι απλή αρμονική συχνότητας $f = \frac{f_1 + f_2}{2}$
- Β. Η συνισταμένη κίνηση είναι ταλάντωση πλάτους $2A$
- Γ. Το υλικό σημείο εκτελεί ιδιόμορφη περιοδική κίνηση συχνότητας $f \approx f_1$
- Δ. Η κίνηση του υλικού σημείου πραγματοποιείται με συχνότητα $f = \frac{f_1 - f_2}{2}$
- Ε. Η κίνηση του σώματος είναι απεριοδική

3. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις

3.1. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι κίνηση:

- Α. ευθύγραμμη ομαλή
- Β. ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη

- Γ. ομαλή κυκλική
- Δ. ευθύγραμμη περιοδική

3.2. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του είναι:

- A. ανάλογη του χρόνου
- B. αρμονική συνάρτηση του χρόνου
- Γ. ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου
- Δ. ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς

3.3. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ταχύτητά του είναι μέγιστη όταν:

- A. Το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης
- B. Το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας
- Γ. Η απομάκρυνση έχει τη μέγιστη θετική τιμή της
- Δ. Στη θέση που η απομάκρυνση είναι ίση με το μισό του πλάτους

3.4. Η ταχύτητα v σημειακού αντικειμένου που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

- A. είναι μέγιστη κατά μέτρο στη θέση $x=0$
- B. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση
- Γ. είναι μέγιστη στις θέσεις $x=\pm A$
- Δ. έχει την ίδια φάση με τη δύναμη επαναφοράς

3.5. Η επιτάχυνση a σημειακού αντικειμένου που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:

- A. είναι σταθερή
- B. είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης
- Γ. έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα
- Δ. γίνεται μέγιστη στη θέση $x=0$

3.6. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση:

- A. Τα διανύσματα απομάκρυνσης και επιτάχυνσης έχουν την ίδια φορά
- B. Τα διανύσματα ταχύτητας και δύναμης έχουν πάντα αντίθετη φορά
- Γ. Τα διανύσματα απομάκρυνσης και δύναμης έχουν πάντα αντίθετη φορά
- Δ. Τα διανύσματα ταχύτητας και απομάκρυνσης έχουν πάντα την ίδια φορά

3.7. Σώμα δένεται σε ελατήριο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος:

- A. Εξαρτάται από τη μάζα του σώματος που ταλαντώνεται
- B. Εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
- Γ. Εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του ελατηρίου
- Δ. Εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος

3.8. Η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί σε ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:

- A. είναι σταθερή
- B. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση
- Γ. είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης
- Δ. είναι ανάλογη της ταχύτητας

3.9. Η φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης:

- A. αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο
- B. είναι σταθερή

- Γ. ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο
Δ. είναι ανάλογο με το τετράγωνο του χρόνου

3.10. Η διαφορά φάσης μεταξύ της ταχύτητας και της απομάκρυνσης $\Delta\phi = \phi_v - \phi_x$ σε μία απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

- A. $-\frac{\pi}{2}$ B. $+\frac{\pi}{2}$ Γ. π Δ. 0

3.11. Η διαφορά φάσης μεταξύ απομάκρυνσης και επιτάχυνσης $\Delta\phi = \phi_x - \phi_a$ σε μία απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

- A. $-\frac{\pi}{2}$ B. $+\frac{\pi}{2}$ Γ. $-\pi$ Δ. 0

3.12. Η διαφορά φάσης μεταξύ επιτάχυνσης και ταχύτητας $\Delta\phi = \phi_a - \phi_v$ σε μία απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

- A. $-\frac{\pi}{2}$ B. $+\frac{\pi}{2}$ Γ. $+\frac{3\pi}{2}$ Δ. 0

3.13. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση διπλασιάζουμε το πλάτος της. Τότε η περίοδός της:

- A. Διπλασιάζεται B. Υποδιπλασιάζεται
Γ. Παραμένει σταθερή Δ. Τίποτα από τα παραπάνω

3.14. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης ενός συστήματος τότε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας:

- A. παραμένει το ίδιο B. διπλασιάζεται
Γ. υποδιπλασιάζεται Δ. τετραπλασιάζεται

3.15. Η περίοδος μιας αρμονικής ταλάντωσης ενός σώματος είναι πάντα ανεξάρτητη από:

- A. Το πλάτος της
B. Τη μάζα του σώματος
Γ. Τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης
Δ. Τη σταθερά απόσβεσης

3.16. Η συχνότητα f της ταλάντωσης σώματος μάζας m δεμένου σε ελατήριο σταθεράς k είναι:

- A. $f = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ B. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ Γ. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$ Δ. $f = 2\pi\sqrt{k \cdot m}$

3.17. Η επιτάχυνση ενός υλικού σημείου που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:

- A. Είναι μέγιστη στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης
B. Είναι σταθερή
Γ. Έχει μέτρο ανάλογο της απομάκρυνσης του σημείου από τη θέση ισορροπίας του
Δ. Έχει τη ίδια φάση με την ταχύτητα του υλικού σημείου

3.18. Δύο σώματα A και B εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτη $2A$ και A αντίστοιχα. Τότε το σώμα B έχει σε σχέση με το σώμα A:

- A. υποδιπλάσια γωνιακή ταχύτητα
B. υποδιπλάσια μέγιστη επιτάχυνση
Γ. ίδια μέγιστη ταχύτητα
Δ. ίδια μέγιστη δύναμη

3.19. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στη διάρκεια μιας περιόδου η κινητική του ενέργεια γίνεται ίση με τη δυναμική:

- A. δύο φορές B. τέσσερις φορές Γ. οκτώ φορές Δ. μία φορά

3.20. Η δυναμική ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση:

- A. Είναι μηδέν στις ακραίες θέσεις
B. Ισούται με την ολική ενέργεια στη θέση ισορροπίας
Γ. Παραμένει σταθερή
Δ. Μεταβάλλεται με συχνότητα διπλάσια από τη συχνότητα ταλάντωσης

3.21. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η δυναμική ενέργεια:

- A. Έχει τη μέγιστη τιμή στη θέση ισορροπίας
B. Είναι ίση με την ολική ενέργεια στις θέσεις $x=\pm A$
Γ. Έχει πάντα μεγαλύτερη τιμή από την κινητική ενέργεια
Δ. Έχει αρνητική τιμή στις θέσεις $-A \leq x \leq 0$

3.22. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η κινητική ενέργεια:

- A. Στη θέση $x=0$ είναι ίση με την ολική ενέργεια
B. Είναι πάντα μεγαλύτερη από τη δυναμική του ενέργεια
Γ. Εξαρτάται από την κατεύθυνση της κίνησης και την μάζα
Δ. Στη διάρκεια μιας περιόδου μηδενίζεται μία φορά

3.23. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση, η ολική ενέργεια:

- A. Μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο
B. Είναι πάντοτε μικρότερη από τη δυναμική ενέργεια
Γ. Είναι πάντα μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια
Δ. Καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης A και το πλάτος της ταχύτητας $u_{\max}$

3.24. Στην απλή αρμονική ταλάντωση σώματος, στη διάρκεια μιας περιόδου:

- A. Η δυναμική ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της μία φορά
B. Η δυναμική ενέργεια είναι ίση με την κινητική μόνο μία φορά
Γ. Η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή
Δ. Η κινητική ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της μία φορά

3.25. Το πλάτος ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή διπλασιάζεται. Τότε:

- A. Η ολική ενέργεια διπλασιάζεται
B. Η περίοδος παραμένει σταθερή
Γ. Η σταθερά επαναφοράς διπλασιάζεται
Δ. Η μέγιστη ταχύτητα τετραπλασιάζεται

3.26. Όταν σε μία μηχανική ταλάντωση η κινητική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική τότε:

- A. $u=u_{\max}$ B. $x=A/2$ Γ. $A=0$ Δ. $U=E/2$

3.27. Η ενέργεια σε μία αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση:

- A. Είναι σταθερή και ανάλογη του πλάτους
B. Είναι σταθερή και ανάλογη με το τετράγωνο της απομάκρυνσης
Γ. Είναι σταθερή και ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους
Δ. Είναι σταθερή ανεξάρτητη του πλάτους

3.28. Το πλάτος ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή διπλασιάζεται. Τότε η ενέργεια της ταλάντωσης:

- A. Παραμένει σταθερή
- B. Διπλασιάζεται
- Γ. Τετραπλασιάζεται
- Δ. Οκταπλασιάζεται

3.29. Αν σε αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ασκείται και δύναμη αντίστασης της μορφής $F=-b \cdot v$, όπου b θετική σταθερά, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση:

- A. $A=A_0 - b \cdot t$
- B. $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$
- Γ. $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$
- Δ. $A=\frac{A_0}{\Lambda t}$

3.30. Όταν η σταθερά απόσβεσης μιας φθίνουσας ταλάντωσης υποδιπλασιαστεί τότε:

- A. Η συχνότητα αυξάνεται
- B. Η συχνότητα υποδιπλασιάζεται
- Γ. Η περίοδος αυξάνεται
- Δ. Η περίοδος διπλασιάζεται

3.31. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:

- A. Η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη σταθερά απόσβεσης
- B. Ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών στην ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός
- Γ. Το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης
- Δ. Το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό

3.32. Αν σε αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ασκείται και δύναμη αντίστασης της μορφής $F=-b \cdot v$, όπου b θετική σταθερά. Όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b , η περίοδος της ταλάντωσης:

- A. αυξάνεται
- B. ελαττώνεται
- Γ. μένει σταθερή
- Δ. αυξάνεται μέχρι μία σταθερή τιμή και στη συνέχεια ελαττώνεται

3.33. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$, η σταθερά Λ εξαρτάται από:

- A. τη σταθερά απόσβεσης
- B. τη μάζα
- Γ. τη σταθερά απόσβεσης και τη μάζα
- Δ. τίποτα από τα παραπάνω

3.34. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$. Στην εξίσωση αυτή ο χρόνος t παίρνει:

- A. οποιαδήποτε τιμή
- B. τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου T
- Γ. μόνο τιμές που είναι άρτια πολλαπλάσια της περιόδου T
- Δ. μόνο τιμές που είναι περιττά πολλαπλάσια της περιόδου T

3.35. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης της μορφής: $F=-b \cdot v$

- A. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με σταθερό ρυθμό
- B. Η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται με σταθερό ρυθμό
- Γ. Το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα στη θέση ισορροπίας
- Δ. Η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει σταθερή

3.36. Σε σύστημα ελατηρίου – σώματος εκτός από τη δύναμη επαναφοράς, ενεργούν δύναμη αντίστασης της μορφής $F_1 = -b \cdot v$ και περιοδική δύναμη $F_2 = F_0 \cdot \eta \mu \omega t$ με ω που μπορεί να μεταβάλλεται. Τότε:

- A. Το σύστημα ταλαντώνεται με την ιδιοσυχνότητα f_0
- B. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο από την γωνιακή συχνότητα ω
- Γ. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με τη συχνότητα της περιοδικής δύναμης
- Δ. Όταν αυξάνεται η συχνότητα της περιοδικής δύναμης το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πάντοτε

3.37. Η ιδιοσυχνότητα f_0 ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση εξαρτάται:

- A. από το πλάτος της ταλάντωσης
- B. από τη σταθερά απόσβεσης
- Γ. από την αρχική φάση
- Δ. από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος

3.38. Σφαιρίδιο μάζας m είναι αναρτημένο στο ελεύθερο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Το σύστημα εκτελεί στον αέρα εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα $f_\delta = 2f_0$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν η συχνότητα του διεγέρτη μεταβληθεί έτσι ώστε $f_\delta = \sqrt{2} f_0$ τότε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος:

- A. θα αυξηθεί
- B. θα ελαττωθεί
- Γ. θα μηδενιστεί
- Δ. θα παραμείνει σταθερό

3.39. Ένα μηχανικό σύστημα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού. Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη τότε:

- A. Το πλάτος της ταλάντωσης θα μειωθεί
- B. Το πλάτος της ταλάντωσης θα αυξηθεί
- Γ. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης δεν θα μεταβληθεί
- Δ. Το σύστημα θα απορροφά ενέργεια από τον διεγέρτη με τον ίδιο ρυθμό

3.40. Σώμα δεμένο σε ελατήριο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητά του f_0 . Συντονισμό μπορούμε να πετύχουμε αν:

- A. Αυξήσουμε τη μάζα του σώματος
- B. Αυξήσουμε το πλάτος της διεγείρουσας δύναμης
- Γ. Αυξήσουμε τη σταθερά του ελατηρίου
- Δ. Μειώσουμε τη σταθερά απόσβεσης

3.41. Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K είναι δεμένο σώμα μάζας m το οποίο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αρχικά η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι $f = f_0$ όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος. Αν κάποια στιγμή διπλασιάσουμε τη μάζα του σώματος διατηρώντας σταθερή τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης, τότε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος:

- A. θα αυξηθεί
- B. θα παραμείνει σταθερό
- Γ. θα ελαττωθεί
- Δ. θα μηδενιστεί

3.42. Ένα σύστημα ελατηρίου μάζας εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση συχνότητας f . Αν τετραπλασιαστεί η μάζα του σώματος τότε η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

- A. θα τετραπλασιαστεί
- B. θα υποδιπλασιαστεί
- Γ. θα μείνει η ίδια
- Δ. θα υποτετραπλασιαστεί

3.43. Συντονισμό ονομάζουμε την κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης όπου:

- A. Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με την κινητική
- B. Η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι διπλάσια από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή
- Γ. Η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι περίπου ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή
- Δ. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης

3.44. Ένα σώμα συμμετέχει σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις $x_1 = A\eta\mu(2\pi f_1 t)$ και $x_2 = A\eta\mu(2\pi f_2 t)$, που έχουν την ίδια διεύθυνση και εξελίσσονται γύρω από το ίδιο σημείο. Οι συχνότητες f_1 και f_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.

- A. Η ταλάντωση του σώματος είναι απλή αρμονική ταλάντωση
- B. Το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται εκθετικά με το χρόνο
- Γ. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι μικρότερος από το χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της απομάκρυνσης του σώματος
- Δ. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους γίνεται μεγαλύτερος όσο η διαφορά των συχνοτήτων ελαττώνεται

4. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση αιτιολογώντας την επιλογή σας ή να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες αιτιολογώντας τον χαρακτηρισμό

4.1. Αν μεταβάλλουμε το πλάτος μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης ποιο από τα παρακάτω μεγέθη δε θα μεταβληθεί

- A. Η μέγιστη κινητική ενέργεια
- B. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια
- Γ. Η συχνότητα
- Δ. Η μέγιστη ταχύτητα

4.2. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A. Τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση $x = +\frac{A}{2}$, ο λόγος της κινητικής του ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια

($\frac{K}{U}$) ταλάντωσης είναι:

- A. $\frac{1}{3}$
- B. 1
- Γ. 3

4.3. Ένα σώμα A μάζας m εκτελεί αρμονική ταλάντωση δεμένο σε ελατήριο σταθεράς K. Ένα δεύτερο σώμα B μάζας 2m εκτελεί αρμονική ταλάντωση δεμένο σε ελατήριο σταθεράς K/2.

- A. Οι περίοδοι των δύο ταλαντώσεων ικανοποιούν τη σχέση $T_B = 2T_A$
- B. Αν τα δύο συστήματα διεγερθούν με την ίδια ενέργεια τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων ικανοποιούν τη σχέση $A_B = \sqrt{2} A_A$
- Γ. Αν τα δύο σώματα ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος τότε οι ολικές ενέργειες των δύο ταλαντώσεων θα ικανοποιούν τη σχέση $E_A = 4E_B$
- Δ. Αν οι μέγιστες ταχύτητες των δύο σωμάτων έχουν το ίδιο μέτρο τότε το B έχει διπλάσια ολική ενέργεια από το A

4.4. Ένα σώμα A μάζας m δένεται σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k και στη θέση ισορροπίας δίνεται ταχύτητα u_0 , οπότε εκτελεί αρμονική ταλάντωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Δεύτερο σώμα B της ίδιας μάζας δένεται σε όμοιο κατακόρυφο ελατήριο και στη θέση ισορροπίας του δίνεται ταχύτητα $2u_0$, οπότε εκτελεί αρμονική ταλάντωση στο κατακόρυφο επίπεδο

1. Το πλάτος της ταλάντωσης του A σε σχέση με το πλάτος της ταλάντωσης του B είναι:
 - A. μεγαλύτερο
 - B. ίσο
 - Γ. μικρότερο
2. Η ενέργεια ταλάντωσης του A σε σχέση με την ενέργεια ταλάντωσης του B είναι:

- A. μεγαλύτερη B. ίση Γ. μικρότερη
 3. Η περίοδος ταλάντωσης του A σε σχέση με την περίοδο ταλάντωσης του B είναι:
 A. μεγαλύτερη B. ίση Γ. μικρότερη

4.5. Ένα σώμα μάζας m δένεται σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε οριζόντιο λείο επίπεδο με πλάτος A . Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση.

A. Τη χρονική στιγμή $t=T/8$ η επιτάχυνση έχει αλγεβρική τιμή $a = \frac{a_{\max}}{\sqrt{2}}$

B. Η ταχύτητα του σώματος κάθε στιγμή υπολογίζεται από τη σχέση $v = v_{\max} \sin \omega t$

Γ. Τη χρονική στιγμή $t=3T/8$ η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με την κινητική του

Δ. Η περίοδος της ταλάντωσης του συστήματος δίνεται από την εξίσωση $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

4.6. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ταχύτητα και η δύναμη επαναφοράς σε χρόνο μιας περιόδου έχουν την ίδια κατεύθυνση για χρονικό διάστημα:

- A. T B. $T/2$ Γ. $T/4$ Δ. $3T/4$

4.7. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Αν το πλάτος της ταλάντωσης διπλασιαστεί τότε:

A. Η περίοδος διπλασιάζεται

B. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης διπλασιάζεται

Γ. Η ολική ενέργεια του συστήματος τετραπλασιάζεται

Δ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας τετραπλασιάζεται

4.8. Ένα σώμα A μάζας m εκτελεί αρμονική ταλάντωση δεμένο σε ελατήριο σταθεράς K . Ένα δεύτερο σώμα B μάζας $2m$ εκτελεί αρμονική ταλάντωση δεμένο σε ελατήριο σταθεράς $K/2$. Αν τα δύο σώματα ταλαντώνονται με την ίδια ολική ενέργεια.

A. Τα σώματα ταλαντώνονται με ίδιο πλάτος

B. Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς του A είναι διπλάσιο από το μέτρο της δύναμης επαναφοράς του B

Γ. τα σώματα ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα

Δ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του B είναι $\sqrt{2}$ φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του A

4.9. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A δεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k . Διατηρούμε το πλάτος της ταλάντωσης σταθερό και διπλασιάζουμε τη μάζα του σώματος.

A. Η περίοδος της ταλάντωσης διπλασιάζεται

B. Η ολική ενέργεια του συστήματος διπλασιάζεται

Γ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας γίνεται ίσο με $\frac{v_{\max}}{\sqrt{2}}$

Δ. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης υποδιπλασιάζεται

4.10. Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσες μηχανικές ταλαντώσεις των οποίων το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση: $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$, όπου Λ μία θετική σταθερά. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η αρχική ενέργεια του ταλαντωτή έχει μειωθεί κατά 75%, το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

A. $\frac{A_0}{2}$ B. $\frac{A_0}{4}$ Γ. $\frac{A_0\sqrt{3}}{2}$

4.11. Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$, όπου Λ μία θετική σταθερά.

1. Στο τέλος των πρώτων 10 ταλαντώσεων το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο $\frac{1}{4}$ του αρχικού. Μετά από ακόμα 10 ταλαντώσεις το πλάτος της ταλάντωσης θα ισούται με:

A. $\frac{A_0}{8}$ B. $\frac{A_0}{16}$ Γ. $\frac{A_0}{32}$

2. Αν E_0 είναι η αρχική ενέργεια ταλάντωσης, τότε μετά από τις 10 πρώτες ταλαντώσεις το έργο της δύναμης που αντιστέκεται στην κίνηση του ταλαντωτή ισούται με:

A. $-\frac{E_0}{8}$ B. $+\frac{E_0}{16}$ Γ. $-\frac{15E_0}{16}$

4.12. Σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα f_1 . Τότε το πλάτος της ταλάντωσης είναι A_1 . Παρατηρούμε ότι αν η συχνότητα του διεγέρτη ελαττωθεί με αφετηρία την f_1 το πλάτος συνεχώς ελαττώνεται. Με αφετηρία τη συχνότητα f_1 αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη. Στην περίπτωση αυτή για το πλάτος:

- A. Θα μειώνεται συνεχώς
B. Θα αυξάνεται συνεχώς
Γ. Θα μεταβάλλεται και για κάποια συχνότητα του διεγέρτη θα γίνει ξανά A_1

4.13. Ένας ταλαντωτής μάζας m εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα $f_1 = \frac{f_0}{2}$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή, και πλάτος A_1 . Αν διπλασιάσουμε τη μάζα του ταλαντωτή το πλάτος της ταλάντωσης του (σε σχέση με το A_1)

- A. Θα μείνει το ίδιο B. Θα αυξηθεί Γ. Θα ελαττωθεί

4.14. Σε ένα αρμονικό ταλαντωτή εκτός από τη δύναμη επαναφοράς $-Dx$, ασκείται και μια δύναμη αντίστασης $F=-bu$, όπου b η σταθερά απόσβεσης και u η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της μάζας m .

- α. Για τον ταλαντωτή ισχύει η εξίσωση $ma+Dx-bu=0$
β. Το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό
γ. Ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους είναι σταθερός
δ. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μειωθεί το πλάτος στο μισό της αρχικής του τιμής είναι σταθερό

4.15. Ένα σώμα κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές $f_1=20\text{Hz}$ και $f_2=70\text{Hz}$, το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Αν f_0 είναι η ιδιοσυχνότητα του ταλαντουμένου συστήματος, τότε:

- A. $f_0 < 20\text{Hz}$ B. $f_0 > 70\text{Hz}$ Γ. $20\text{Hz} < f_0 < 70\text{Hz}$

4.16. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση

ισορροπίας δύο ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=A_1\eta\mu\omega t$ και $x_2=A_2\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$. Αν E_1 , E_2 και E η ολική ενέργεια των επιμέρους ταλαντώσεων και της συνισταμένης ταλάντωσης αντίστοιχα τότε ισχύει:

A. $E=E_1 + E_2$ B. $E=\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$

4.17. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας δύο ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=A_1\eta\mu\omega t$ και $x_2=A_2\eta\mu(\omega t+\phi)$. Αν E_1 , E_2 και E η ολική ενέργεια των επιμέρους ταλαντώσεων και της συνισταμένης ταλάντωσης αντίστοιχα και ισχύει $E=E_1 + E_2$ τότε η διαφορά φάσης ϕ των δύο ταλαντώσεων είναι:

A. $\phi=0$

B. $\phi=\frac{\pi}{2}$

Γ. $\phi=\pi$

Δ. $\phi=\frac{\pi}{3}$

Ασκήσεις

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x=0,2\cdot\eta\mu 10\pi t$ (S.I). Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος η περίοδος και η συχνότητα της ταλάντωσης

β. Η μέγιστη ταχύτητα και η μέγιστη επιτάχυνση

γ. Η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή $t_1=0,025s$

Δίνεται $\pi^2=10$

Απ: α. 0,2m, 0,2s, 5Hz, β. 2π m/s, 200m/s, γ. $10\sqrt{2}$ cm

2. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η εξίσωση της απομάκρυνσης δίνεται από τη σχέση: $x=5\eta\mu\pi t$ (S.I)

α. Ποιο είναι το πλάτος, η περίοδος και η συχνότητα της ταλάντωσης

β. Ποια η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας τις χρονικές στιγμές $t_1=0,25s$ και $t_2=0,75s$

γ. Σε ποια χρονική στιγμή t_3 η απομάκρυνση του σώματος είναι $x_3=-2,5m$ για πρώτη φορά;

δ. Πόσο διάστημα θα διανύσει του σώμα από τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t=3s$;

Απ: α. 5m, 2s, 0,5Hz, β. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ m, $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ m, γ. $\frac{7}{6}$ s, δ. 30m

3. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x=A\cdot\eta\mu\omega t$ οι ακραίες θέσεις απέχουν μεταξύ τους $d=20m$ και το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μεταβεί το σώμα από τη μία ακραία θέση στην άλλη είναι ίσο με $\Delta t=6s$. Να βρεθούν:

α. Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης

β. Η απομάκρυνση x_1 του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=4,5s$

γ. Η χρονική στιγμή t_2 που το σώμα βρίσκεται για δεύτερη φορά στη θέση $x_2=+5m$

Απ: α. 10m, 12s, β. $5\sqrt{2}$ m, γ. 5s

4. Υλικό σημείο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση. Αν σε απομάκρυνση $x=+5cm$ έχει ταχύτητα $v=10\sqrt{3}$ cm/s και επιτάχυνση $a=-20$ cm/s², να βρεθεί το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης.

Απ: $A=10cm$, $T=\pi$ s

5. Υλικό σημείο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=20cm$. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει απομάκρυνση $x=10\sqrt{2}$ cm και αρνητική ταχύτητα, να βρεθεί η αρχική φάση.

Απ: $\phi=3\pi/4$

6. Η εξίσωση της απομάκρυνσης σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δίνεται από την εξίσωση $x=0,5\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ (S.I). Τη χρονική στιγμή $t=T/3$ να υπολογιστούν:

α. Η απομάκρυνση

β. Η ταχύτητα και η επιτάχυνση

Απ: α. 0,25m, β. $2,5\pi$ m/s, $-25\pi^2$ m/s²

7. Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι $x=12\eta\mu(\frac{\pi}{8}t + \frac{5\pi}{3})$ (S.I.).

Να βρεθούν:

α. Το πλάτος A , η περίοδος T και η αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης

β. Η απομάκρυνση x του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0$

γ. Η χρονική στιγμή που το σώμα βρίσκεται για πρώτη φορά στη θέση ισορροπίας του

Απ: α. 12m, 36s, $5\pi/3$ rad, β. $-6\sqrt{3}$ m, γ. 6s

8. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x=0,2\sigma\upsilon\nu(2\pi t + \frac{\pi}{3})$, (S.I.). να υπολογιστούν:

α. Η αρχική φάση της ταλάντωσης, το πλάτος και η κυκλική συχνότητα

β. Η απομάκρυνση και η ταχύτητα της χρονική στιγμή $t_1=0,25$ s

Απ: α. $5\pi/6$, 0,2m, 2π rad/s, β. $-0,1\cdot\sqrt{3}$ m, $0,2\pi$ m/s

9. Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση γύρω από σημείο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει απομάκρυνση $x=0,37$ m και ταχύτητα $v=0$. Αν η συχνότητα της ταλάντωσης είναι $f=0,25$ Hz, να βρεθούν:

α. Η περίοδος και η γωνιακή συχνότητα

β. Το πλάτος και η αρχική φάση

γ. Οι εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης

δ. Η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή $t=3$ s.

Απ: α. $T=4$ s, $\omega=\pi/2$ rad/s, β. $A=0,37$ m, $\phi=\pi/2$ rad, γ. , δ. $x=0$, $v=0,58$ m, $a=0$.

10. Σε απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A και αρχικής φάσης $\phi=\pi/4$ rad, μέσα στην πρώτη περίοδο υπάρχουν δύο χρονικές στιγμές που διαφέρουν $\Delta t=4$ s, όπου η απομάκρυνση είναι $x=A/2$. Να υπολογιστεί η περίοδος της ταλάντωσης.

Απ: $T=6$ s

11. Αρμονικός ταλαντωτής πάλλετε με πλάτος $A=10$ cm. Τη χρονική στιγμή $t_1=1$ s έχει

απομάκρυνση $x_1=5\sqrt{3}$ cm και θετική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή $t_2=4$ s έχει για πρώτη φορά απομάκρυνση $x=0$ και αρνητική κατεύθυνση. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.

Απ: $x=10\eta\mu(\frac{2\pi}{9}t + \frac{\pi}{9})$,

12. Η εξίσωση της ταχύτητας ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δίνεται από τη σχέση $v=0,5\sigma\upsilon\nu(100\pi t + \frac{\pi}{3})$ (S.I.). Να βρεθούν:

α. Η αρχική φάση

β. Το πλάτος της ταλάντωσης και η μέγιστη επιτάχυνση

Απ: α. $\pi/3$ rad, β. 0,02m, 200m/s^2

13. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x=10\eta\mu(\frac{2\pi}{3}t)$ (S.I.).

Όταν η ταχύτητά του έχει την τιμή $v=\frac{1}{2}v_{\max}$, να βρεθούν:

α. Η αντίστοιχη χρονική στιγμή

β. Η απομάκρυνση x_1

γ. Η επιτάχυνση a_1

Απ: α. 0,5s, β. $5\sqrt{3}$ m, γ. $-\frac{20\pi^2\sqrt{3}}{9}$ m/s²

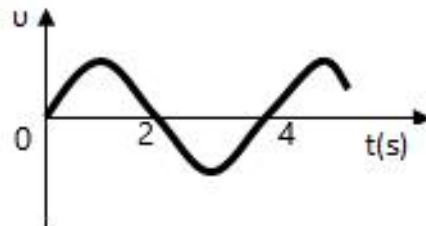
14. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση με περίοδο $T=6$ s και πλάτος $A=4$ m. Να υπολογιστεί το ελάχιστο χρονικό διάστημα για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x_1=-2$ m στη θέση $x_2=+2$ m

Απ: 1s

15. Το επόμενο διάγραμμα παριστάνει την ταχύτητα την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρεθούν:

- α. Η συχνότητα της ταλάντωσης
- β. Η αρχική φάση της ταλάντωσης
- γ. Η χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι $x=+A$ για πρώτη φορά
- δ. Οι τιμές της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή $t=3$ s

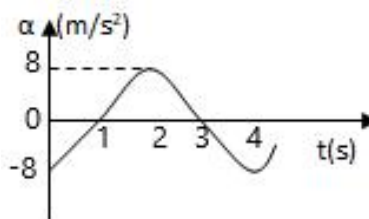
Απ: α. 0,25Hz, β. $3\pi/2$ rad, γ. 2s, δ. 0, $-\omega \cdot A$, 0



16. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η γραφική παράσταση της επιτάχυνσής του συναρτήσει του χρόνου φαίνεται στο σχήμα.. Να βρεθούν:

- α. Η συχνότητα της ταλάντωσης
- β. Η αρχική φάση της ταλάντωσης
- γ. Η εξίσωση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου

Απ: α. 0,25Hz, β. $\pi/2$ rad, γ. $-\frac{16}{\pi} \sin(\frac{\pi}{2}t)$



17. Σώμα μάζας $m=2$ kg εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=8$ m. Όταν το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις δέχεται δύναμη $F=16$ N. Να υπολογιστούν:

- α. Η σταθερά D της ταλάντωσης
- β. Η μέγιστη ταχύτητα
- γ. Η δύναμη όταν $x=3$ m

Απ: α. $D=2$ N/m, β. $v_0=8$ m/s, γ. $F=6$ N

18. Σώμα μάζας $m=2$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στις θέσεις όπου η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στιγμιαία η επιτάχυνσή του έχει μέτρο $a=16$ m/s². Αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A=4$ m, να βρεθούν:

- α. Η περίοδος της ταλάντωσης
- β. Η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα
- γ. Η σταθερά επαναφοράς D
- δ. Η μέγιστη δύναμη που ασκείται στο σώμα

Απ: α. π s, β. 8m/s, γ. 8N/m, δ. 32N

19. Σώμα μάζας $m=10$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=5$ m, με μέγιστη ταχύτητα $v_{\max}=4$ m/s. Να βρεθούν:

- α. Η περίοδος της ταλάντωσης
- β. Η σταθερά επαναφοράς
- γ. Η δύναμη επαναφοράς όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι $x=+2$ m

Απ: α. $2,5\pi$ s, β. $6,4\text{N/m}$, γ. $-12,8\text{N}$

20. Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=5\text{m}$. Όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι $x=+3\text{m}$, η δύναμη επαναφοράς έχει μέτρο $\Sigma F=96\text{N}$. Να βρεθούν:

α. Η σταθερά επαναφοράς

β. Η συχνότητα της ταλάντωσης

γ. Το μέτρο της ταχύτητας και της επιτάχυνσης τη στιγμή που η απομάκρυνση είναι $x=+3\text{m}$

Απ: α. 32N/m , β. $2/\pi$ Hz, γ. 16m/s , 48m/s^2

21. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση στη θέση $x=-A$ το σώμα έχει δυναμική ενέργεια $U=6\text{J}$ και δέχεται συνισταμένη δύναμη $\Sigma F=+4\text{N}$. Να βρεθούν:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης

β. Η σταθερά επαναφοράς

Απ: α. 3m , β. $4/3$ N/m

22. Σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x=0,2\cdot\eta\mu 2\pi t$ (S.I)

α. Να βρεθούν το πλάτος, η κυκλική συχνότητα και η περίοδος της ταλάντωσης

β. Να υπολογιστεί η ταχύτητα σε απομάκρυνση $x_1=10\sqrt{3}$ cm

γ. Να υπολογιστεί η απομάκρυνση όταν η ταχύτητα είναι $u_2=0,1\cdot\sqrt{10}$ m/s

Δίνεται $\pi^2=10$

Απ: α. $0,2\text{m}$, 2π rad/s, 1s , β. $0,2\sqrt{10}$ m/s, γ. $\frac{\sqrt{15}}{20}$ m

23. Ένα σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Η ταχύτητα έχει τις τιμές $u_1=6\text{m/s}$ και $u_2=8\text{m/s}$, όταν η απομάκρυνση είναι αντίστοιχα $x_1=4\text{m}$ και $x_2=3\text{m}$. Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης

β. Η ενέργεια της ταλάντωσης

Απ: α. $A=5\text{m}$, $T=\pi$ s, β. $E=50\text{J}$

24. Ένα σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στη θέση με απομάκρυνση $x_1=2\text{m}$ το μέτρο της ταχύτητας είναι $u_1=4\text{m/s}$ και στη θέση με απομάκρυνση $x_2=4\text{m}$ το μέτρο της ταχύτητας είναι $u_2=2\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

α. Η σταθερά επαναφοράς

β. Η περίοδος της ταλάντωσης

γ. Η ενέργεια της ταλάντωσης

δ. Το πλάτος και η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης

Απ: α. 2N/m , β. 2π s, γ. 20J , δ. $2\sqrt{5}$ m, $2\sqrt{5}$ m/s

25. Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Να βρεθούν:

α. Οι θέσεις που η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής

β. Ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια στη θέση $x=A/4$

γ. Ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t_1=T/12$ με την προϋπόθεση ότι η ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση.

Απ: α. $x=\pm A/2$, β. $\Lambda=15$, γ. $\Lambda=3$

26. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=6\text{m}$, να βρεθούν οι θέσεις όπου η κινητική ενέργεια του σώματος είναι:

α. οχταπλάσια της δυναμικής ενέργειας

β. ίση με το 36% της ολικής ενέργειας

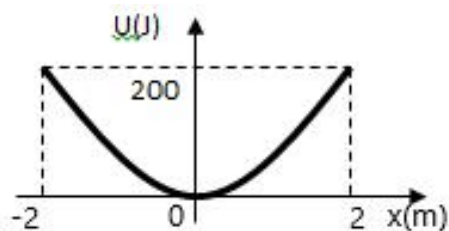
Απ: α. $\pm 2\text{m}$, β. $\pm 4,8\text{m}$

27. Σώμα μάζας $m = \frac{2}{3}\text{ kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 10\text{m}$. Όταν το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $x_1 = +6\text{m}$ η δύναμη επαναφοράς είναι $\Sigma F = -225\text{N}$. Να υπολογιστούν:
α. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στη θέση αυτή
β. Το λόγο K/U των ενεργειών στη θέση αυτή
Απ: α. 60m/s , β. $16/9$

28. Ένα σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega = 20\text{rad/s}$. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση x_1 του θετικού ημιάξονα, η δύναμη επαναφοράς είναι $\Sigma F = -200\text{N}$ και η κινητική του ενέργεια τριπλάσια της δυναμικής του ενέργειας. Να βρεθούν:
α. Η σταθερά επαναφοράς
β. Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στη θέση με απομάκρυνση x_1
γ. Το πλάτος της ταλάντωσης
δ. Το μέτρο της ταχύτητας στη θέση με απομάκρυνση x_1
Απ: α. 800N/m , β. 25J , γ. $0,5\text{m}$, δ. $5\sqrt{3}\text{ m/s}$

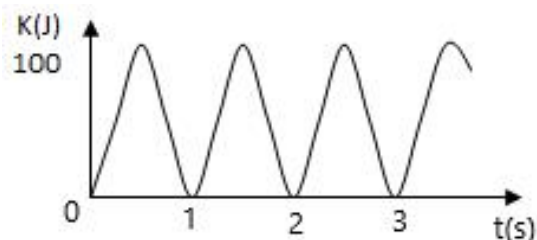
29. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι $E = 4\text{J}$ και η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς $F_{\max} = 12\text{N}$. Αν ο ελάχιστος χρόνος για να πάει το σώμα από τη θέση ισορροπίας σε μία ακραία θέση και να ξαναγυρίσει στη θέση ισορροπίας είναι $\Delta t = 2\text{s}$, να βρεθούν:
α. Το πλάτος της ταλάντωσης
β. Η συχνότητα της ταλάντωσης
γ. Η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση
γ. Η εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου
Απ: α. $2/3\text{ m}$, β. $0,25\text{Hz}$, γ. $-12\eta\mu(\frac{\pi}{2}t)$, δ. $-2\pi\eta\mu\pi t$

30. Σώμα μάζας $m = 4\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της δυναμικής του ενέργειας συναρτήσει της απομάκρυνσης. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.



α. Να βρεθεί η σταθερά επαναφοράς και η περίοδος της ταλάντωσης
β. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος στις θέσεις που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι $U_1 = 150\text{J}$;
γ. Να γραφεί η σχέση της κινητικής ενέργειας συναρτήσει της απομάκρυνσης και να γίνει η γραφική της παράσταση
δ. Σε ποια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης παίρνει για πρώτη φορά τη μέγιστη τιμή της;
Απ: α. 100N/m , $0,4\pi\text{ s}$, β. $\pm 5\text{m/s}$, γ. $200 - 50x^2$, δ. $3\pi/20\text{ s}$

31. Σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η κινητική ενέργεια του σώματος



μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθούν:

α. Η περίοδος T της ταλάντωσης και η περίοδος T' της κινητικής ενέργειας

β. Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος και η επιτάχυνση στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης

γ. Η αρχική φάση της ταλάντωσης

Απ: α. $2s$, $1s$, β. $10m/s$, $-10\pi m/s^2$, γ. $\pi/2$ ή $3\pi/2$ rad

32. Ένα σώμα μάζας $m=2kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T=3s$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης $x=+A=+0,2m$.

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου

β. Σε ποια χρονική στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης είναι το 75% της ενέργειας της ταλάντωσης για πρώτη φορά;

γ. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 ;

Απ: α. $0,2\eta\mu(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{2})$, β. $0,5s$, γ. $\frac{0,16\pi^3\sqrt{3}}{27} J/s$

33. Οριζόντιος δίσκος εκτελεί κατακόρυφη γραμμική αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T=2s$ και πλάτος $A=0,25m$. Όταν ο δίσκος βρίσκεται στην κατώτατη θέση τοποθετούμε πάνω του σώμα μάζας $m=0,2kg$.

α. Να βρείτε τη δύναμη που ασκεί ο δίσκος στο σώμα στις θέσεις $\chi_1=0$, $\chi_2=-0,25m$, $\chi_3=0,25m$.

β. Για ποια τιμή του πλάτους ταλάντωσης το σώμα εγκαταλείπει το δίσκο (έχοντας περίοδο $T=2s$);

γ. Ποια η μέγιστη συχνότητα ταλάντωσης για την οποία το σώμα δεν εγκαταλείπει το δίσκο (έχοντας πλάτος $A=0,25m$);

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απ: α. $2N$, $2,5N$, $1,5N$, β. $A'=1m$, γ. $f_{\max}=1Hz$

34. Δίσκος μάζας $M=0,6kg$ είναι δεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται στο έδαφος. Πάνω στο δίσκο τοποθετούμε σώμα μάζας $m=0,4kg$ οπότε το ελατήριο συμπιέζεται κατά $d=4cm$ και ισορροπεί. Θέτουμε το σύστημα σε κατακόρυφη ταλάντωση. Να βρεθούν:

α. Η περίοδος της ταλάντωσης του συστήματος

β. Το πλάτος για το οποίο το σώμα χάνει την επαφή του με το δίσκο

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απ: α. $T=0,2\pi s$, β. $A_{\max}=10cm$

35. Δίσκος μάζας $m_1=0,1kg$ είναι δεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=40N/m$, το κάτω άκρο του οποίου στερεώνεται σε οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στο δίσκο έχει τοποθετηθεί σώμα Α μάζας $m_2=0,3kg$ και αφήνεται σιγά-σιγά να ισορροπήσει. Να υπολογιστεί το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για το οποίο το σώμα Α δεν χάνει την επαφή του με το δίσκο.

Δίνεται $g=10m/s^2$

Απ: $0,1m$

36. Στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $K=200N/m$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην οροφή κρέμεται σώμα μάζας $m=2kg$ και ισορροπεί. Με τη βοήθεια νήματος που έχει όριο θραύσης $T_{\theta\rho}=200N$, ασκούμε στο σώμα μεταβλητή δύναμη μέτρου $F=800x$ (S.I) με κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω. Να βρεθούν:

α. Η θέση στην οποία κόβεται το νήμα

β. Η ταχύτητα που έχει αποκτήσει το σώμα τη στιγμή που κόβεται το νήμα

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα

δ. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος αν θεωρήσουμε $t=0$ τη στιγμή που κόβεται το νήμα και θετική φορά προς τα κάτω

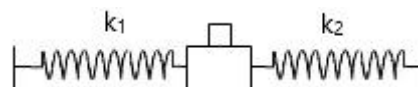
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,25\text{m}$, β. $0,5\text{m}$, δ.

37. Ελατήριο σταθεράς $K=200\text{N/m}$ στερεώνεται με το πάνω του άκρο στην οροφή και στο κάτω του άκρο δένεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{Kg}$. Με τη βοήθεια νήματος που έχει όριο θραύσης $T_{\theta\rho}=15\text{N}$, δένεται στο σώμα Σ_1 δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{Kg}$ και το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα. Αναγκάζουμε το σύστημα να εκτελέσει ταλάντωση στο κατακόρυφο επίπεδο. Να βρεθεί το ελάχιστο πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_2 για το οποίο κόβεται το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: $A=5\text{cm}$

38. Στη διάταξη του σχήματος δίνονται $k_1=400\text{N/m}$, $k_2=500\text{N/m}$, $M=2\text{Kg}$, $m=0,5\text{Kg}$, $g=10\text{m/s}^2$ και ότι τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Να βρεθούν:



α. Η σταθερές ταλάντωσης του συστήματος και των σωμάτων

β. Μεταξύ του σώματος M και του εδάφους δεν υπάρχει τριβή και μεταξύ των δύο σωμάτων υπάρχει. Θέτουμε σε ταλάντωση το σύστημα με πλάτος $A=0,01\text{m}$. Ποια η τιμή του συντελεστή τριβής ώστε το σώμα μάζας m να μην ολισθαίνει στο σώμα M ;

Απ: α. $D=900\text{N/m}$, $D_1=720\text{N/m}$, $D_2=180\text{N/m}$, β. $\mu>0,36$

39. Ένα σώμα Σ μάζας M εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται. Πάνω στο σώμα M βρίσκεται σώμα A μάζας m . Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι μ . Θέτουμε το σύστημα σε απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Ποια πρέπει να είναι η σταθερά του ελατηρίου ώστε το σώμα A να μην ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g

Απ: $A = \frac{\mu g(m+M)}{A}$

40. Ένα ελατήριο σταθεράς $K=20\text{N/m}$ κρέμεται κατακόρυφα. Ένα σώμα μάζας $m=0,2\text{Kg}$ δένεται στο ελεύθερο άκρο του και στη συνέχεια αφήνεται. Υποθέστε ότι το ελατήριο ήταν στο φυσικό του μήκος πριν αφεθεί το σώμα και υπολογίστε:

α. Πόσο κάτω κατεβαίνει το σώμα από την αρχική του θέση

β. Τη συχνότητα και το πλάτος της προκύπτουσας κίνησης.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,2\text{m}$, β. $5/\pi\text{s}$, $0,1\text{m}$

41. Οριζόντιο ελατήριο τεντώνεται κατά 25cm από δύναμη 75N . Στην άκρη του ελατηρίου δένεται ένα σώμα μάζας $m=3\text{Kg}$ και έλκεται κατά 40cm από τη θέση ισορροπίας πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα τότε αφήνεται και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογιστούν:

α. Η σταθερά του ελατηρίου

β. Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα μόλις αφεθεί ελεύθερο

γ. Η περίοδος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης

ε. Η μέγιστη ταχύτητα του ταλαντώνεται το σώμα

στ. Η μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης

ζ. Η ολική ενέργεια ταλάντωσης

η. Η ταχύτητα, η επιτάχυνση, η κινητική και η δυναμική ενέργεια όταν το σώμα βρίσκεται στα μισά του δρόμου από την αρχική θέση προς το κέντρο ταλάντωσης

θ. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου

Απ: α. 300 N/m, β. 120 N, γ. 0,3π s, δ. 0,4 m, ε. 4 m/s, στ. 40 m/s², ζ. 24 J,

η. $2\sqrt{3}$ m/s, -20 m/s², 18 J, 6 J, θ. $x=0,4\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$

42. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται. Το σώμα ισορροπεί στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Ασκούμε στο σώμα δύναμη καταναλώνοντας ενέργεια $W=4,5\text{J}$ και το εκτρέπουμε κατά $x=+A$. Κατά τη μετακίνηση η μέγιστη δύναμη που ασκήθηκε ήταν $F_{\max}=30\text{N}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο από τη θέση εκτροπής. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου

Απ: $x=0,3\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$, $v=3\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{\pi}{2})$

43. Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ στερεώνεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε κατακόρυφο τοίχο, και ισορροπεί. Να βρεθεί σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος

α. Με μία στιγμιαία ώθηση δίνουμε στο σώμα στη θέση που βρίσκεται ταχύτητα μέτρου $v=10\text{m/s}$, με διεύθυνση της διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου

β. Ασκούμε στο σώμα εξωτερική δύναμη η οποία κάθε στιγμή είναι ίση σε μέτρο με τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα και το εκτρέπουμε κατά $x_1=0,1\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του

γ. Ασκούμε στο σώμα σταθερή δύναμη $F=20\text{N}$ στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και όταν η απομάκρυνσή του είναι $x_2=+0,1\text{m}$ καταργείται

Απ: α. 1m, β. 0,1m, γ. $\frac{\sqrt{2}}{10}\text{m}$

44. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=100\text{N/m}$ του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά $d=20\text{cm}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος ταλάντωσης που θα εκτελέσει και η περίοδος

β. Η ταχύτητα που έχει το σώμα όταν το σώμα περνά από τη θέση $x=A/2$

γ. Στην παραπάνω θέση με κάποιο στιγμιαίο αίτιο η ταχύτητά του αυξάνεται και γίνεται $v_1=2\text{m/s}$ διατηρώντας τη φορά της. Ποιο θα είναι το νέο πλάτος ταλάντωσης του σώματος και η νέα περίοδος;

Απ: α. 0,2 m, 0,2π s, β. $\sqrt{3}$ m/s, γ. $\frac{\sqrt{5}}{10}\text{m}$, 0,2π s

45. Σώμα μάζας m είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k και ισορροπεί. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω κατά 0,02m και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Αν τη στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο έχει ταχύτητα μηδέν και επιτάχυνση 0,32 m/s²:

α. Να δικαιολογήσετε γιατί το σώμα θα κινηθεί προς τα πάνω

β. Να υπολογιστεί η περίοδος της ταλάντωσης

γ. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα και το πλάτος της ταλάντωσης

δ. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: β. 0,5π s, γ. 0,08 m/s, 0,02 m, δ. $x=0,02\eta\mu(4t+\frac{\pi}{2})$

46. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ έχει το πάνω του άκρο σταθερό και στο κάτω του άκρο δένεται σώμα Α μάζας $m_A=1\text{Kg}$ και μέσω νήματος το Α με άλλο σώμα Β μάζας $m_B=1\text{Kg}$ και το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφο.

1. Να υπολογιστεί η παραμόρφωση του ελατηρίου

2. Κόβουμε το νήμα

α. Να δικαιολογήσετε γιατί το σώμα Α θα κινηθεί προς τα πάνω

β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα

γ. Να υπολογίσετε το χρόνο που κάνει το σώμα από τη θέση που αρχικά βρίσκεται μέχρι να πάει για πρώτη φορά στο μέγιστο ύψος που μπορεί να φτάσει

δ. Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος και την παραμόρφωση του ελατηρίου όταν την έχει

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$

Απ: 1. 0,2 m, 2 β. 0,1 m, γ. 0,1π s, δ. 1 m/s, 0,1 m

47. Σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ στερεώνεται στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$ που το άλλο του άκρο στερεώνεται. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά $x_1=0,2\text{m}$ και στη θέση αυτή του δίνουμε ταχύτητα $v=1\text{m/s}$ προς τα θετικά του άξονα, οπότε εκτελεί γραμμική ταλάντωση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογιστούν:

α. Η περίοδος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα

β. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει

δ. Αν η φορά της ταχύτητας ήταν προς τη θέση ισορροπίας ποια θα ήταν η επίπτωση στα παραπάνω μεγέθη

Απ: α. $T=0,2\pi\text{ s}$, β. $E=5\text{ J}$, γ. $A=\frac{\sqrt{5}}{10}\text{ m}$, δ. καμία

48. Σώμα Α μάζας $M=9\text{Kg}$ είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Από κάποιο ύψος αφήνουμε ελεύθερο σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ που πέφτοντας κολλάει στο σώμα Α και αποκτούν ταχύτητα $v=2\text{m/s}$. Να βρεθούν:

α. Η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου

β. Η νέα θέση ισορροπίας της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα

γ. Η περίοδος της ταλάντωσης

δ. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης

ε. Το πλάτος της προκύπτουσας ταλάντωσης

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $x_1=0,9\text{m}$, β. $\Delta x=0,1\text{m}$, γ. $T=0,2\pi\text{ s}$, δ. $E=20,5\text{J}$, ε. $A=\frac{\sqrt{41}}{10}\text{ m}$

49. Ένα πουλί μάζας $m=0,5\text{Kg}$ βρίσκεται πάνω σε ένα δίσκο μάζας $M=3\text{Kg}$ που είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το κάτω άκρο του οποίου στερεώνεται στο έδαφος. Κάποια στιγμή το πουλί εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$, οπότε ο δίσκος αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση. Να υπολογιστούν:

α. Η περίοδος της προκύπτουσας κίνησης

β. Το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,2\pi\sqrt{3}\text{ s}$, β. 0,1m

50. Σώμα μάζας $M=3\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το κάτω άκρο του οποίου στερεώνεται σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα μάζας M τοποθετούμε άλλο σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Αν πάρουμε ως $t=0$ τη χρονική στιγμή που αφήνουμε τη μάζα m στο σώμα M και θετική φορά προς τα κάτω, να βρεθούν:

- α. Το πλάτος και η περίοδος της κίνησης
- β. Η εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου
- γ. Η εξίσωση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου
- δ. Η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς συναρτήσει του χρόνου
- ε. Η δύναμη του ελατηρίου συναρτήσει του χρόνου

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,1\text{m}$, $0,4\pi\text{ s}$ β. $x=0,1\eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2})$ γ. $u=0,5\sigma\upsilon\nu(5t + \frac{3\pi}{2})$, δ. $F=-10\eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2})$, ε.

$$F_{\epsilon\lambda}=40+10\eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2})$$

51. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ δένεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται. Το σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά $x_1=30\text{cm}$ και στη θέση αυτή του προσδίδουμε ταχύτητα μέτρου $u_1=4\text{m/s}$ με φορά προς τη θέση ισορροπίας. Να υπολογιστούν:

- α. Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που προκύπτει
- β. Το πλάτος της ταλάντωσης
- γ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης

Απ: α. $0,2\pi\text{ s}$, β. $0,5\text{m}$, γ. 5m/s

52. Σώμα μάζας m δένεται με όλους τους δυνατούς τρόπους με δύο ελατήρια σταθερών k_1 και k_2

- α. σε οριζόντιο επίπεδο
- β. σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσης ϕ
- γ. σε κατακόρυφο επίπεδο

Σε κάθε περίπτωση να αποδείξετε ότι εκτελεί γραμμική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο

53. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ και φορτίου $Q=6,4\mu\text{C}$ δένεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=64\text{N/m}$ που το άλλο του άκρο στερεώνεται. Το σύστημα βρίσκεται σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E=1000\text{ N/C}$, παράλληλης προς τον άξονα του ελατηρίου, και ισορροπεί. Αν το ηλεκτρικό πεδίο καταργηθεί, να βρεθούν:

- α. Η περίοδος και το πλάτος της προκύπτουσας κίνησης
- β. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που καταργήθηκε το πεδίο το σώμα αποκτά την μέγιστη ταχύτητά του και ποια είναι η τιμή της
- γ. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα, καθώς επίσης και η εξίσωση της ταχύτητας

Απ: α. $T=0,25\pi\text{ s}$, $A=0,1\text{m}$, β. $t=T/4$, $u_{\max}=0,8\text{m/s}$, γ. $x=0,1\eta\mu(8t+\frac{\pi}{2})$

Κρούσεις και ταλάντωση

54. Ένα σώμα μάζας $M=0,9\text{kg}$ είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ένα βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u=40\text{m/s}$ και σφηνώνεται στο σώμα. Να υπολογιστούν:

- α. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα μετά την κρούση
 β. Την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης αυτής
 γ. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της ταλάντωσης του συσσωματώματος αν τη χρονική στιγμή $t=0$ θεωρήσουμε τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση και θετική φορά αντίθετη από τη φορά κίνησης του βλήματος

δ. Σε πόσο χρόνο μετά τη σύγκρουση θα είναι $x = +\frac{A}{2}$ και $v < 0$

Απ: α. 0,4m, β. $\frac{\pi}{5}$ s, 10rad/s, γ. $x=0,4\eta\mu(10t+\pi)$, $v=4\sigma\upsilon\nu(10t+\pi)$, δ. $11\frac{\pi}{60}$ s

55. Σώμα μάζας M είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K και ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα v_0 , παράλληλα προς τον άξονα του ελατηρίου και σφηνώνεται στο σώμα. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα αν:

- α. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος
 β. Το ελατήριο συσπρεσμένο κατά x_1

Απ: α. $A = \frac{mv_0}{\sqrt{K(M+m)}}$, β. $A = \sqrt{x_1^2 + \frac{m^2 v_0^2}{K(M+m)}}$

56. Σώμα μάζας $M=4\text{kg}$ είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ένα βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα v και σφηνώνεται στο σώμα μάζας M . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση και σε δύο θέσεις με απομακρύνσεις $x_1 = -0,1\text{m}$ και $x_2 = -0,2\text{m}$ έχει ταχύτητες $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=2\text{m/s}$ αντίστοιχα. Αν δεν υπάρχουν τριβές και ως θετική φορά πάρουμε την αντίθετη με την ταχύτητα κίνησης του βλήματος πριν την κρούση, να υπολογιστούν:

- α. Η περίοδος της ταλάντωσης του συσσωματώματος
 β. Η ολική ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος
 γ. Η κινητική ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος όταν αυτό περνά από τη θέση με απομάκρυνση $x_3 = -0,15\text{m}$
 δ. Η ταχύτητα του βλήματος
 ε. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος συναρτήσει του χρόνου

Απ: α. 0,035π s, β. 330J, γ. 150J, δ. 57,44m/s, ε. $x=0,203\eta\mu(56,56t+\pi)$

57. Σώμα μάζας m είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο. Συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά x_1 και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί χωρίς τριβές. Όταν το ελατήριο επιμηκυνθεί κατά $x_2 = x_1/2$ συναντά ακίνητο σώμα μάζας $m_1 = m/4$ με το οποίο συγκρούεται ελαστικά. Να υπολογιστούν:

- α. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος πριν την κρούση του με το m_1 και μετά απ' αυτήν.
 β. Η μέγιστη ταχύτητα κίνησης του σώματος m μετά την κρούση
 γ. Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του σώματος m που μεταφέρεται στο σώμα m_1 κατά την κρούση
 δ. Η περίοδος ταλάντωσης του σώματος m πριν και μετά την κρούση

Απ: α. $A_1 = x_1$, $A_2 = \frac{x_1 \sqrt{13}}{5}$, β. $v_0 = \frac{x_1}{5} \sqrt{\frac{13K}{m}}$, γ. 48%, δ. $T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

58. Ένας κύβος μάζας $M=3\text{ Kg}$ κρέμεται κατακόρυφα από ελατήριο σταθεράς $K=500\text{ N/m}$. Ένα βλήμα μάζας $m=2\text{ Kg}$ που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω χτυπά τον κύβο με ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$ και σφηνώνεται σ' αυτόν. Να βρεθούν:

- α. Το πλάτος της ταλάντωσης που προκαλείται

β. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης

γ. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρεται στον ταλαντωτή
Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$

Απ: α. $A=0,401 \text{ m}$, β. $4,02 \text{ m/s}$, γ. 40%

59. Το κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $k=200 \text{ N/m}$, είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο και στο άλλο του άκρο δένεται σώμα μάζας $m_1=2 \text{ kg}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο σε κατακόρυφη θέση. Από ύψος $h=5 \text{ m}$ πάνω από η μάζα m αφήνεται να πέσει σώμα μάζας $m_2=1 \text{ kg}$. Οι δύο μάζες συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά.

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει η μάζα m_1 μετά την κρούση

β. Να προσδιοριστούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης-χρόνου και ταχύτητας-χρόνου αν πάρουμε ως θετική φορά αντίθετη από τη φορά κίνησης του m_2 .

γ. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που ξεκίνησε η ταλάντωση θα είναι $x=+\frac{A}{2}$ για πρώτη

φορά

Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$

Απ: α. $\frac{2}{3} \text{ m}$, β. $x=\frac{2}{3} \eta\mu(10t+\pi)$, $v=\frac{20}{3} \sigma\upsilon\nu(10t+\pi)$, γ. $\frac{0,7\pi}{6} \text{ s}$

60. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A και περίοδο T πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου. Σε απόσταση

$x_1=A\frac{\sqrt{2}}{2}$ από τη θέση ισορροπίας, κατά την κίνησή του, συναντά ακίνητο σώμα ίσης μάζας m με

το οποίο συγκρούεται πλαστικά. Να βρεθούν:

α. Η νέα περίοδος ταλάντωσης του συστήματος συναρτήσει της T

β. Το νέο πλάτος ταλάντωσης του συστήματος συναρτήσει του A

Απ: α. $T_1=T\sqrt{2}$, β. $A_1=A\frac{\sqrt{3}}{2}$

61. Σώμα μάζας $M=4 \text{ Kg}$ είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=100 \text{ N/m}$. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά $d=10 \text{ cm}$ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί χωρίς τριβές. Όταν το σώμα περνά από τη θέση που έχει απομάκρυνση $x_1=6 \text{ cm}$ πέφτει κατακόρυφα και κολλάει πάνω σ' αυτό σώμα μάζας $m=1 \text{ Kg}$. Να βρεθούν:

α. Η περίοδος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

β. Το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος

γ. Η μέγιστη ταχύτητα κίνησής του

δ. Η % μεταβολή της ενέργειας του ταλαντωτή

Απ: α. $T_1=0,2\pi\sqrt{5} \text{ s}$, β. $A_1=0,093 \text{ m}$, γ. $v_0=0,186\sqrt{5} \text{ m/s}$, δ. 13,515

62. Σώμα μάζας $M=4 \text{ Kg}$ είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=100 \text{ N/m}$ και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=50 \text{ cm}$. Όταν το σώμα περνά τη θέση με απομάκρυνση $x_1=30 \text{ cm}$ σφηνώνεται σ' αυτό βλήμα μάζας $m=1 \text{ Kg}$ που κινείται με ταχύτητα $v=12 \text{ m/s}$ οριζόντια και ομόρροπα με το σώμα μάζας M . Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση

β. Ο λόγος των περιόδων των ταλαντώσεων του συστήματος πριν και μετά την κρούση

Απ: α. $A_1=0,943 \text{ m}$, β. $\frac{T_1}{T_2}=2\sqrt{0,2} \text{ m/s}$

63. Σώμα μάζας $m_1=1$ Kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=400$ N/m και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=20$ cm. Όταν περνά από τη θέση ισορροπίας συγκρούεται με ακίνητο σώμα μάζας $m_2=4$ Kg.

Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης μετά την κρούση αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι:

α. Μετωπική και ελαστική

β. Μετωπική και πλαστική

Πόση είναι η περίοδος ταλάντωσης σε κάθε περίπτωση

Απ: α. $A_1=12$ cm, $T_1=\pi/10$ s, β. $A_2=4\sqrt{5}$ cm, $T_2=\pi\sqrt{5}/10$ s

64. Ένας δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς K , που το κάτω του άκρο στερεώνεται σε οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθετα πουλι μάζας m το οποίο κάποια στιγμή εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα u .

Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g .

Απ: $A = \frac{m}{K} \sqrt{g^2 + \frac{Ku^2}{M}}$

65. Το πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100$ N/m, στερεώνεται στην οροφή, ενώ στο κάτω του άκρο δένεται σώμα μάζας $m_1=2$ kg και το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα. Από απόσταση $h=2,6$ m κάτω από τη θέση ισορροπίας εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα μάζας $m_2=2$ kg με ταχύτητα $u=14$ m/s. Η μάζα m_2 ανεβαίνοντας συγκρούεται πλαστικά με τη μάζα m_1 .

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση

β. Σε πόσο χρόνο θα περάσει το συσσωμάτωμα για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του;

γ. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης-χρόνου και ταχύτητας-χρόνου παίρνοντας ως θετική φορά τη φορά κίνησης της μάζας m_2 πριν την κρούση

Δίνεται $g=10$ m/s²

Απ: α. 1,22 m, β. 0,59 s, γ. $x=1,22\eta\mu(5t+\theta)$ $\eta\mu\theta=0,164$, $u=6,1\sigma\upsilon\nu(5t+\theta)$

66. Στη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ στερεώνεται δια μέσου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K=1200$ N/m σώμα μάζας $m_1=3$ Kg. Το σύστημα ισορροπεί πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο. Σε απόσταση $s=10$ m από το m_1 , αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου σώμα μάζας $m_2=1$ Kg. Τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά. Αν $g=10$ m/s² να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης αν:

α. Η κρούση είναι ελαστική

β. Η κρούση είναι πλαστική

Απ: α. 0,25 m, β. 0,144 m

67. Μία μεταλλική σφαίρα μάζας $m_1=1$ Kg προσδένεται στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=400$ N/m. Το σώμα εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις σε οριζόντιο λείο επίπεδο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $x=A/2$, έχει ταχύτητα $u_1=5\sqrt{3}$ m/s προς τα θετικά του άξονα xx' και συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2=2$ Kg. Να βρεθούν:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση

β. Η περίοδος της ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση

γ. Αν θεωρήσουμε $t=0$ τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος

Απ: α. 0,5 m, $0,5\sqrt{3}/3$ m, β. 0,1π s, γ. $x=A'\eta\mu(20t+2\pi/3)$

68. Σώμα μάζας $M=2\text{ Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=100\text{ N/m}$ του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο στην οροφή. Σώμα μάζας $m=1\text{ Kg}$ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και σφηνώνεται στο σώμα μάζας M . Όταν το σώμα μάζας m απέχει από το M $h=80\text{ cm}$ έχει ταχύτητα $u_0=5\text{ m/s}$. Η πλαστική κρούση γίνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ και η διάρκειά της είναι αμελητέα. Αν $g=10\text{ m/s}^2$:

α. Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης

β. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης

Απ: α. $A=0,2\text{ m}$, β. $x=0,2\eta\mu(10\sqrt{3}/3 t + \pi/6)$

69. Σώμα Α μάζας $m_1=3\text{ Kg}$ είναι εξαρτημένο από ελατήριο του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται σε σταθερό σημείο. Το σώμα βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ και ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος προς το κεκλιμένο επίπεδο. Δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2=1\text{ Kg}$ εκτοξεύεται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $u_2=10\text{ m/s}$ και αφού διανύσει διάστημα $s=3,6\text{ m}$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το Α. Το σύστημα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος $A=0,25\text{ m}$

α. Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου

β. Να υπολογιστεί η συχνότητα των ταλαντώσεων

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$

Απ: α. $K=257,55\text{ N/m}$, β. $f=1,28\text{ Hz}$

70. Στο κάτω μέρος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ στερεώνεται το κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{ N/m}$. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σώμα μάζας $m_2=1\text{ kg}$ και ισορροπεί. Από απόσταση $l=4\text{ m}$ πάνω από το σώμα μάζας m_2 αφήνεται σώμα μάζας $m_1=\frac{1}{3}\text{ kg}$ να ολισθήσει στο λείο κεκλιμένο επίπεδο που συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το

m_2 . Να βρεθούν:

Α. Οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση

Β. Το διάστημα που κινείται το σώμα μάζας m_1 μετά την κρούση μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Γ. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_2 μετά την κρούση

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$

Απ: α. $-\sqrt{10}\text{ m/s}$, $\sqrt{10}\text{ m/s}$, β. 1 m , γ. $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ m}$

Εξαναγκασμένη ταλάντωση – Φθίνουσα ταλάντωση– Σύνθεση ταλαντώσεων

71. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Σε χρόνο t_1 που πραγματοποιούνται $N_1=40$ ταλαντώσεις το πλάτος ελαττώνεται σε $A_1=\frac{A_0}{5}$. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης όταν πραγματοποιηθούν 80 επιπλέον

πλήρεις ταλαντώσεις

Απ: $A_2=A_0/125$

72. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Μετά από χρόνο $t_1=10\text{ s}$ το πλάτος ελαττώνεται σε $A_1=\frac{A_0}{10}$. Να βρεθεί η

χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A_2=\frac{A_0}{100}$

Απ: 20 s

73. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E_0 .

α. Μετά από πόσο χρόνο t_1 , η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_1 = \frac{E_0}{2}$;

β. Πόση είναι η ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_2=3t_1$

Απ: α. $\ln 2/2\lambda$, β. $E_0/8$

74. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης περιόδου $T=1s$ μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ το πλάτος είναι A_0 και τη χρονική στιγμή $t_1=20s$ γίνεται $A_1 = \frac{A_0}{2}$, να βρεθούν:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_2=60s$

β. Η χρονική στιγμή t_3 που το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται $A_3 = \frac{A_0}{16}$

Απ: α. $A_0/8$, β. $80s$

75. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Αν για κάθε πλήρη ταλάντωση το ποσοστό ελάττωσης της ενέργειας της ταλάντωσης είναι 36%, να βρεθεί το αντίστοιχο ποσοστό μεταβολής του πλάτους της ταλάντωσης
Απ: 20%

76. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το αρχικό πλάτος είναι $A_0=1m$ και η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F=-b \cdot v$. Μετά από χρόνο $t_1=60s$ το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται $A_1=0,5m$. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο από την αρχή της ταλάντωσης το πλάτος γίνεται $A_2 = \frac{1}{16} m$

Απ: 240s

77. Η περίοδος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης είναι T_0 και το πλάτος ακολουθεί τον εκθετικό νόμο $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, όπου λ σταθερή ποσότητα.

α. Να δείξετε ότι ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους είναι σταθερός

β. Μετά από $N_1=18$ πλήρεις ταλαντώσεις, που διαρκούν $t_1=13,86s$, το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με $\frac{A_0}{2}$. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης, όταν γίνουν ακόμη $N_2=72$ πλήρεις ταλαντώσεις

Απ: α. $\frac{A_n}{A_{n+1}} = e^{\lambda T}$, β. $\frac{A_0}{32}$

78. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης ακολουθεί τον εκθετικό νόμο $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, όπου λ σταθερή ποσότητα.

α. Σε πόσο χρόνο το πλάτος της ταλάντωσης θα γίνει $A = \frac{A_0}{2}$

β. Αν για κάθε πλήρη ταλάντωση η % ελάττωση της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης είναι 36%, να βρείτε την % μεταβολή του πλάτους της ταλάντωσης

Απ: α. $\frac{\ln 2}{\lambda}$ β. -20%

79. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης ακολουθεί τον εκθετικό νόμο $A=A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, όπου λ σταθερή ποσότητα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι E_0 .

α. Μετά από πόσο χρόνο t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή είναι $E_1 = \frac{E_0}{2}$

β. Πόση είναι η ενέργεια του ταλαντωτή τη χρονική στιγμή $t_2 = 3t_1$;

Απ: α. $\frac{\ln 2}{2\Lambda}$, β. $\frac{E_0}{8}$

80. Σώμα μάζας $m=1$ Kg εξαρτάται από το κάτω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=100$ N/m και ισορροπεί. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και του δίνουμε αρχική ταχύτητα $u=\sqrt{3}$ m/s προς τη θέση ισορροπίας. Αν πάρουμε θετική φορά προς τα πάνω

α. Ποια είναι η εξίσωση της γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα

β. Εισάγουμε το σύστημα σε μέσο όπου του ασκείται δύναμη τριβής $F=-bu$ (b έχει μικρή τιμή)

1. Τι κίνηση θα εκτελέσει το σώμα

2. ποια από τις τιμές της περιόδου είναι πιθανή για τη νέα κίνηση

α. $\pi/5$ s, β. $\pi/4$ s, γ. $\pi/6$ s

3. Αν $A_{10}/A_9=e^{-10}$ και $T=2$ s, ποια η τιμή της σταθεράς Λ

4. Δίνεται $g=10$ m/s²

Απ: α. $x=0,2\eta\mu(10t+\frac{5\pi}{6})$, β. 3. $\Lambda=5$ s⁻¹

81. Με την επίδραση εξωτερικής δύναμης της μορφής $F=F_0\sin\omega t$ ένα σώμα κρεμασμένο σε κατακόρυφο ελατήριο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σταθερού πλάτους σύμφωνα με την εξίσωση $x=A\sin(\omega t-\phi)$. Να βρείτε το έργο που παράγεται από τη δύναμη σε κάθε περίοδο.

Απ: $W=\pi A F_0 \eta \mu \phi$

82. Η απομάκρυνση σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση δίνεται από την εξίσωση $x=A\eta\mu\omega t$. Αν η τριβή F που αντιστέκεται στην ταλάντωση είναι $F=-bu$ όπου b η σταθερά απόσβεσης, να βρεθεί η ενέργεια που πρέπει να προσφέρεται μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης ανά περίοδο για να διατηρείται αμείωτη η ταλάντωση.

Απ: $W=\pi b A^2 \omega$

83. Σε ένα χωματόδρομο ένα αλυσσοφόρο όχημα αφήνει ίχνη που απέχουν 30cm. Πίσω από το όχημα κινείται άνθρωπος τσουλώντας ένα καροτσάκι που έχει μάζα $m=4$ Kg και η καρότσα του στηρίζεται με τέσσερα παράλληλα μεταξύ τους ελατήρια σταθεράς $K=100$ N/m το καθένα. Αν το καροτσάκι ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία κινείται.

Απ: $u=1,5/\pi$ m/s

84. Σώμα μάζας $m=1$ Kg στερεώνεται στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $K=100$ N/m και εξαναγκάζεται να εκτελέσει αμείωτη ταλάντωση με ολική ενέργεια $E=0,72$ J, από διεγέρτη που του ασκεί εξωτερική περιοδική δύναμη συχνότητας $f_8=3/\pi$ Hz.

α. Να βρεθεί η εξίσωση ταλάντωσης του σώματος αν την $t=0$ έχουμε $x=0$

β. Αν ο διεγέρτης ασκούσε την ίδια μέγιστη δύναμη αλλά με συχνότητα $f_8'=4/\pi$ Hz το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα ήταν μικρότερο μεγαλύτερο ή ίσο με το προηγούμενο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απ: α. $x=0,12\eta\mu 6t$ β. μεγαλύτερο

85. Σώμα μάζας $m=1$ kg δένεται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100$ N/m και εξαναγκάζεται σε ταλάντωση με συχνότητα $f=\frac{5}{\pi}$ Hz. Αυξάνουμε τη μάζα του σώματος σε $M=4$ kg, διατηρώντας την ίδια εξωτερική συχνότητα.

- α. Να βρεθεί η ιδιοσυχνότητα του συστήματος πριν και μετά την αύξηση της μάζας
 β. Το πλάτος της ταλάντωσης θα γίνει μεγαλύτερο, μικρότερο ή θα παραμείνει το ίδιο;

Απ: α. $\frac{5}{\pi}, \frac{5}{2\pi}$ β. θα ελαττωθεί

86. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές ταλαντώσεις με εξισώσεις: $x_1=4\eta\mu 100\pi t$ και

$x_2=3\eta\mu(100\pi t+\frac{\pi}{2})$ (S.I), ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας

α. Να γραφεί η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης

β. Να γραφούν οι εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος όταν εκτελεί τη συνισταμένη ταλάντωση

Απ: α. $5\eta\mu(100\pi t+\theta)$ εφθ=0,75, β. $500\pi\sigma\upsilon\nu(100\pi t+\theta), -25\cdot 10^4\cdot\pi^2\eta\mu(100\pi t+\theta)$

87. Σώμα εκτελεί δύο γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την

ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις: $x_1=10\eta\mu\pi t$ και $x_2=10\eta\mu(\pi t+\frac{\pi}{3})$

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης για τη νέα κίνηση που προκύπτει

β. Να βρεθεί η τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=1/3s$.

γ. Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος όταν βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα της κίνησής του και η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική

Δίνεται $\pi^2=10$

Απ: α. $x=10\sqrt{3}\eta\mu(\pi t+\frac{\pi}{6})$ β. $u=0$, γ. $a=-\frac{\sqrt{6}}{2}m/s^2$

88. Να βρεθεί η εξίσωση $x-t$ και $u-t$ της συνισταμένης ταλάντωσης που προκύπτει από τη

σύνθεση δύο γραμμικών αρμονικών ταλαντώσεων $x_1=3\eta\mu(10t-\frac{\pi}{12})$ και $x_2=\sqrt{3}\eta\mu(10t+\frac{5\pi}{12})$

Απ: $x=2\sqrt{3}\eta\mu(10t+\frac{\pi}{12})$, $u=20\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{\pi}{12})$

89. Ένα σώμα μάζας $m=1kg$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις:

$x_1=10\eta\mu(3\pi t+\frac{\pi}{3})$ και $x_2=10\eta\mu(3\pi t-\frac{\pi}{6})$ (x σε cm και t σε s) της ίδιας διεύθυνσης και με την ίδια

θέση ισορροπίας.

α. Να βρεθεί η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων

β. Να γραφεί η εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης που προκύπτει

γ. Ποια είναι η σταθερά D της ταλάντωσης

δ. Να γραφεί η εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο

Απ: α. $\pi/2$, β. $10\sqrt{2}\eta\mu(3\pi t+\frac{\pi}{12})$, γ. $9\pi^2N/m$, δ. $-0,9\sqrt{2}\pi^2\eta\mu(3\pi t+\frac{\pi}{12})$

90. Σώμα μάζας $m=10^{-2}kg$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις $x_1=A\eta\mu 10t$, $x_2=A\eta\mu(10t+\phi)$ (S.I). Η συνισταμένη

ταλάντωση περιγράφεται από την εξίσωση $x=0,1\eta\mu(10t+\frac{\pi}{3})$ (S.I), Να βρεθούν:

α. Η διαφορά φάσης ϕ και το πλάτος A

β. Η σταθερά της ταλάντωσης D και η ενέργεια της κάθε ταλάντωσης

Απ: α. $2\pi/3, 0,1m$, β. $1N/m, E_1=E_2=E=5\cdot 10^{-3}J$

91. Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση T η οποία προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων T_1 και T_2 της ίδιας διεύθυνσης, της ίδιας θέσης ισορροπίας και της ίδιας γωνιακής συχνότητας $\omega=\pi \text{ rad/s}$. Οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν ενέργειες $E_1=36\text{J}$ και $E_2=64\text{J}$ αντίστοιχα.

α. Αν η σύνθετη ταλάντωση έχει ενέργεια $E=100\text{J}$, να βρεθεί η διαφορά φάσης ϕ μεταξύ των ταλαντώσεων

β. Πόση είναι η ενέργεια E όταν οι αρχικές ταλαντώσεις έχουν διαφορά φάσης $\phi=\pi \text{ rad}$;

Απ: α. $\pi/2$, β. 4J

92. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις με ίδια διεύθυνση, ίδια θέση ισορροπίας και εξισώσεις: $x_1=A\cdot\eta\mu 20\pi t$ και $x_2=A\cdot\eta\mu 16\pi t$

α. Να βρεθούν οι συχνότητες των δύο αρμονικών ταλαντώσεων και η συχνότητα της ταλάντωσης που προκύπτει

β. Να βρεθεί η συχνότητα του διακροτήματος

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταλάντωσης που προκύπτει

Απ: α. 10 Hz , 8Hz , 9Hz , β. 2Hz , γ. $x=2A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi t-\eta\mu 18\pi t$

93. Οι ήχοι που παράγονται από δύο διαπασών που βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο έχουν την ίδια ένταση και συχνότητες $f_1=7000\text{Hz}$ και $f_2=7060\text{Hz}$. Να υπολογιστούν:

α. Η περίοδος του διακροτήματος που παράγεται

β. Οι «παύσεις» που έχουμε σε χρόνο $t=10\text{s}$

γ. Η περίοδος του σύνθετου ήχου

Απ: α. $0,017\text{s}$, β. 600 , γ. $14\cdot 10^{-5}\text{s}$

94. Δύο διπλανά πλήκτρα του πιάνου εκτελούν ήχους με την ίδια θεμελιώδη συχνότητα $f=600\text{Hz}$. Να βρεθεί πόση πρέπει να γίνει η συχνότητα του ενός, ώστε, όταν δονούνται ταυτόχρονα, να ακούμε έξι μέγιστε του ήχου σε κάθε δευτερόλεπτο

Απ: 504Hz ή 606Hz

95. Δύο πηγές P_1 και P_2 βρίσκονται η μία κοντά στην άλλη και παράγουν απλούς ήχους ίδιας έντασης και με συχνότητα $f_1=565\text{Hz}$ και $f_2=567\text{Hz}$ αντίστοιχα. Ένας παρατηρητής ακούει διακροτήματα.

α. Πόση είναι η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής και πόσος είναι ο αριθμός των ταλαντώσεων της μεμβράνης του αυτιού του σε χρόνο 1s

β. Ποια είναι η συχνότητα του διακροτήματος και ποιο το πλήθος των διακροτημάτων σε χρόνο 1s

γ. Πόση πρέπει να γίνει η συχνότητα f_2 , ώστε ο παρατηρητής σε χρόνο 1s να ακούει 3 πλήρη διακροτήματα

Απ: α. 566Hz , 566 , β. 2Hz , 2 , γ. 568Hz

96. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, χωρίς αρχική φάση, ίδιου πλάτους, ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας. Η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης είναι $x=20(\sigma\upsilon\nu 5\pi t)\cdot\eta\mu(1000\pi t)$ (x σε cm και t σε s)

α. Να βρεθεί το πλάτος και οι συχνότητες των επιμέρους ταλαντώσεων

β. Για τη συνισταμένη ταλάντωση να υπολογιστεί το πλάτος της και η συχνότητά της

γ. Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος όταν περνά από τη θέση ισορροπίας του

Απ: α. 10cm , $502,5\text{Hz}$, $497,5\text{Hz}$, β. $20|\sigma\upsilon\nu 5\pi t|$, 500Hz , γ. $2\cdot 10^4\pi|\sigma\upsilon\nu 5\pi t|$

Ασκήσεις επανάληψης

1. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=0,2\text{m}$ και γωνιακής συχνότητας $\omega=20\text{rad/s}$. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου αν τη χρονική στιγμή $t=0$ είναι:

α. $x=0$ και $v>0$

β. $x=0$ και $v<0$

Απ: α. $x=0,2\eta\mu 20t$ β. $x=0,2\eta\mu(20t + \pi)$

2. Σώμα δεμένο σε ελατήριο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση που $v=0$ και $a=+a_0$. Ποια είναι η εξίσωση της απομάκρυνσης;

Απ: $x=A\eta\mu(\omega t+3\pi/2)$

3. Μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ολική ενέργεια $E=8\text{J}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ περνά από τη θέση $x_1=+0,2\text{m}$ με θετική ταχύτητα. Η απόσταση μεταξύ μιας ακραίας θέσης και της θέσης ισορροπίας είναι $d=0,4\text{m}$ και διανύεται από το σώμα σε χρόνο $\Delta t=0,25\pi\text{ s}$.

α. Να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης

β. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης-χρόνου, ταχύτητας-χρόνου και επιτάχυνσης-χρόνου

γ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της δύναμης συναρτήσει της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας

δ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές που το σώμα περνά από την θέση $x_2= -0,2\sqrt{3}\text{ m}$

Απ: α. 100N/m^2 , β. $0,4\cdot\eta\mu(2t+\frac{\pi}{6})$, $0,8\cdot\sigma\upsilon\nu(2t+\frac{\pi}{6})$, γ. $-100x$ $-0,4\text{m}\leq x\leq+0,4\text{m}$, δ. $\pm 0,4\text{m/s}$

4. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και περνά από δύο σημεία της τροχιάς του Α και Β που απέχουν $d=20\sqrt{2}\text{ cm}$ με την ίδια ταχύτητα. Για τη μετάβαση από το Α στο Β απαιτείται χρονικό διάστημα $t_1=4\text{s}$. Μετά το πέρασμά του από το Β το υλικό σημείο χρειάζεται χρονικό διάστημα $t_2=4\text{s}$ για να περάσει πάλι από το Β κινούμενο με αντίθετη φορά. Να βρεθούν:

α. Η περίοδος της ταλάντωσης

β. Το πλάτος της ταλάντωσης

Απ: α. 16s , β. 20cm

5. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T=\frac{\pi}{10}\text{ s}$ και ολική ενέργεια ταλάντωσης $E=200\text{J}$.

α. Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης και η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης

β. Τη χρονική στιγμή $t=\pi/80\text{ s}$ η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι $U=100\text{J}$ έχοντας αρνητική απομάκρυνση. Να βρεθούν όλες οι δυνατές χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης

Απ: α. 1m , 20m/s , β. $\eta\mu(20t + 3\pi/2)$, $\eta\mu(20t + \pi)$

6. Σε απλή αρμονική ταλάντωση δίνονται η μάζα του σώματος $m=2\text{Kg}$, η συχνότητα ταλάντωσης $f=5/\pi\text{ Hz}$ και ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ η απομάκρυνση του σώματος είναι $x=+4\text{cm}$ και η ταχύτητα $v=0,4\sqrt{3}\text{ m/s}$ προς τη θέση ισορροπίας. Να βρεθούν:

α. Η σταθερά επαναφοράς

β. Το πλάτος ταλάντωσης

γ. Η αρχική φάση

δ. Η εξίσωση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο

Δίνεται $\eta\mu 30^\circ=0,5$

Απ: α. 200N/m, β. 8cm, γ. $\frac{5\pi}{6}$, δ. $0,8 \cdot \sin(10t + \frac{5\pi}{6})$, $-80\eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6})$

7. Η εξίσωση της ταχύτητας ενός σώματος μάζας $m=2\text{Kg}$ που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταξύ δύο θέσεων που απέχουν $d=1,6\text{m}$ είναι: $u=u_{\max} \cdot \sin(10t + \frac{\pi}{2})$ (S.I). Να βρεθούν:

- α. Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0$
 - β. Η δύναμη που ενεργεί στο σώμα τη στιγμή που $x=-40\text{cm}$
 - γ. Η χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σώματος έχει μέγιστο μέτρο για δεύτερη φορά
 - δ. Η τιμή της δύναμης τη χρονική στιγμή $t=T/2$
- Απ: α. 80m/s^2 , β. 80N , γ. $3\pi/20\text{ s}$, δ. 160N

8. Ένα υλικό σημείο μάζας $m=0,1\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x=10\sin 20t$ (x σε cm, t σε s). Να βρεθούν:

- α. Η εξίσωση της ταχύτητας
- β. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης
- γ. Η τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή $t=T/4$
- δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη χρονική στιγμή $t=T/12$

Απ: α. $2\sin(20t + \frac{\pi}{2})$, β. 4N , γ. 0 , δ. $-2\sqrt{3}\text{ N}$

9. Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ δένεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται. Το σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εκτρέπουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας κατά $d=0,2\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση που το εκτρέψαμε χωρίς αρχική ταχύτητα.

- α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογιστεί η περίοδός του
- β. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου, αν ως θετική φορά πάρουμε τη φορά της αρχικής εκτροπής
- γ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη στιγμή που το μήκος της διαδρομής που έχει διανύσει το σώμα από τη στιγμή $t=0$ είναι $s=0,9\text{m}$

Απ: α. $0,2\pi\text{ s}$, β. $0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, $2\sin(10t + \frac{\pi}{2})$, $-20\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, γ. $-20(\text{kg}\cdot\text{m/s})/\text{s}$

10. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν η απομάκρυνση έχει τιμές $x_1=0,16\text{m}$ και $x_2=0,12\text{m}$ η ταχύτητά του αντίστοιχα είναι $u_1=1,2\text{m/s}$ και $u_2=1,6\text{m/s}$. Να βρεθούν:

- α. Η περίοδος της ταλάντωσης
- β. Το πλάτος της ταλάντωσης

Απ: α. $0,2\pi\text{ s}$, β. $0,2\text{m}$

11. Ένα υλικό σημείο μάζας $m=0,1\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Κάποια χρονική στιγμή που η απομάκρυνση είναι $x_1=3\text{cm}$ η ταχύτητα είναι $u_1=4\text{m/s}$, ενώ κάποια άλλη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση είναι $x_2=4\text{cm}$ η ταχύτητα είναι $u_2=3\text{m/s}$. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ η απομάκρυνση είναι $x=2,5\text{cm}$ και κινείται ώστε το μέτρο της ταχύτητας να μειώνεται, να βρεθούν:

- α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης
- β. Το μέγιστο μέτρο της δύναμης
- γ. Η εξίσωση της ταχύτητας
- δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη χρονική στιγμή $t=T/12$

Απ: α. $0,05\eta\mu(100t + \frac{\pi}{6})$, β. 50N , γ. $5\sin(100t + \frac{\pi}{6})$, δ. $-25\sqrt{3}\text{ N}$

12. Υλικό σημείο μάζας $m=0,01\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=0,2\text{m}$ και περιόδου $T=\pi\text{ s}$.

α. Να βρεθεί το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μεταβεί το υλικό σημείο από τη θέση $x_1=+0,1\text{m}$ στη θέση $x_2=-0,1\text{m}$, αν δίνεται ότι το υλικό σημείο περνάει από τη θέση x_1 κινούμενο

1. προς τη θετική κατεύθυνση

2. προς την αρνητική κατεύθυνση

β. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου όταν αυτό περνά από τις θέσεις x_1 και x_2

Απ: α: 1. $\frac{\pi}{2}\text{ s}$, 2. $\frac{\pi}{6}\text{ s}$, β. $-4\cdot 10^{-3}\text{N}$, $+4\cdot 10^{-3}\text{N}$

13. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση δίνεται από την εξίσωση $x=0,2\sqrt{2}\eta\mu(20\pi t + \phi_0)$ (S.I)

α. Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης x η δυναμική ενέργεια U είναι ίση με το 50% της ολικής ενέργειας

β. Να βρεθεί η αρχική φάση ϕ_0 αν δίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ η κινητική ενέργεια είναι

$K=\frac{3}{4}E$ με $x>0$ και $v<0$

Απ: α. $-0,2\text{m}$, $0,2\text{m}$, β. $5\pi/6$

14. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ δένεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά 20cm . Η ενέργεια που δαπανήσαμε για την εκτροπή (επιμήκυνση) του ελατηρίου είναι $E=2\text{J}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να ταλαντωθεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Να βρεθούν:

α. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης

β. Η δύναμη που δέχεται το σώμα τη χρονική στιγμή $t=T/6$

γ. Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης την παραπάνω χρονική στιγμή

Απ: α. $0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, β. -10N , γ. $0,5\text{J}$

15. Σφαιρίδιο μάζας $m=2\text{Kg}$ και φορτίου $q=2\cdot 10^{-4}\text{C}$, κρέμεται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το πάνω άκρο του οποίου στερεώνεται σε οροφή. Το σύστημα βρίσκεται σε κατακόρυφο ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E=10^5\text{N/C}$, που έχει φορά κατακόρυφα προς τα κάτω και ισορροπεί. Τραβάμε προς τα κάτω το σφαιρίδιο κατά $0,1\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t=0$.

α. Να αποδείξετε ότι το σφαιρίδιο θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδό της

β. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας

γ. Κάποια στιγμή που το σφαιρίδιο περνά από τη θέση ισορροπίας το ηλεκτρικό πεδίο καταργείται. Ποιο είναι το νέο πλάτος ταλάντωσης του συστήματος;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $\pi/5\text{ s}$, β. $0,1\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, $\sigma\upsilon\nu(10t + \frac{\pi}{2})$, γ. $\frac{\sqrt{2}}{10}\text{ m}$

16. Το πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$ είναι στερεωμένο στην οροφή, ενώ στο άλλο άκρο του έχουμε δέσει μικρό σώμα μάζας $m=1\text{kg}$, που ισορροπεί στη θέση ισορροπίας του. Εκτρέπουμε κατακόρυφα προς τα πάνω το σώμα κατά $d=0,1\sqrt{3}\text{ m}$ και τη χρονική

μετωπικά και πλαστικά με το δίσκο. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: $25\cdot 10^{-3}\text{m}$

21. Ένας δίσκος μάζας $M=0,5\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένος στην πάνω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=25\text{N/m}$, που το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο στο έδαφος. Από ύψος $h=0,6\text{m}$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει άλλο σώμα μάζας $m=0,5\text{Kg}$ το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δίσκο. Να βρεθούν:

α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος, το οποίο εκτελεί ταλάντωση γύρω από τη νέα θέση ισορροπίας (θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά κίνησης)

β. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την κρούση μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα μηδενίζεται για δεύτερη φορά

γ. Η μέγιστη ταχύτητα του συσσωματώματος

δ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $x=0,4\cdot\eta\mu(5t + \frac{11\pi}{6})$, β. $\pi/3\text{ s}$, γ. 2m/s , δ. 8J

22. Σώμα μάζας $M=2\text{ Kg}$ ισορροπεί δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K=100\text{ N/m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε οροφή. Σώμα μάζας $m=1\text{ Kg}$ κινείται προς τα πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και σφηνώνεται στο σώμα μάζας M . Όταν το σώμα m απέχει από το M $h=80\text{ cm}$ έχει ταχύτητα $u_0=5\text{ m/s}$. Η πλαστική κρούση γίνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ και η διάρκειά της είναι αμελητέα

α. Να αποδειχθεί ότι το συσσωμάτωμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση

β. Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης

γ. Ποια χρονική στιγμή το συσσωμάτωμα θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά;

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

Απ: α. $D=100\text{ N/m}$, β. $A=0,2\text{ m}$, γ. $\pi\sqrt{3}/30\text{ s}$

23. Σώμα μάζας $M=1,5\text{ Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=100\text{ N/m}$, το κάτω άκρο του οποίου δένεται στο έδαφος. Από ύψος $h=0,3\text{ m}$ πάνω από το σώμα M και στον άξονα του ελατηρίου αφήνουμε να πέσει ελεύθερα σώμα μάζας $m=0,5\text{ Kg}$ που συγκρούεται πλαστικά με το M . Αν η διάρκεια της κρούσης θεωρηθεί αμελητέα και γίνεται την $t=0$

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του m λίγο πριν την κρούση του με το σώμα M

β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα

γ. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος συναρτήσει του χρόνου

δ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος τη στιγμή που η ταχύτητα μηδενίζεται για πρώτη φορά

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $\sqrt{6}\text{ m/s}$, β. $0,1\text{ m}$, γ. $x=0,1\eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{5\pi}{6})$, δ. 10 kgm/s^2

24. Σώμα μάζας $m=1\text{ Kg}$ δένεται στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=200\text{N/m}$ και ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη και όταν το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα $u=\sqrt{6}\text{ m/s}$ και το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $x_1=0,1\text{ m}$ καταργείται η δύναμη, οπότε το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Να βρεθούν:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης

β. Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα μέσω της δύναμης που ασκήθηκε

γ. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου

Απ: α. 0,2 m, β. $E=4J$, γ. $x=0,2\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6})$

25. Ένα σώμα μάζας $m=2kg$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς $k=50N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο. Αρχικά το σώμα είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Μέσω νήματος που έχει όριο θραύσης $T_{\theta\rho}=12,5N$ ασκούμε στο σώμα κατάλληλη δύναμη ώστε το σώμα να αρχίζει να μετακινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=3,75m/s^2$ και κάποια στιγμή που θεωρούμε $t=0$ κόβεται το νήμα και το σώμα αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογιστούν:

α. Η απομάκρυνση του σώματος και η ταχύτητά του όταν κόβεται το νήμα

β. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί

γ. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης αν πάρουμε ως θετική φορά την φορά εκτροπής και για χρονική στιγμή $t=0$ τη στιγμή που κόβεται το νήμα

Απ: α. 0,1m, $0,5\sqrt{3} m/s$, β. 0,2m, γ. $0,2\eta\mu(5t + \frac{\pi}{6})$

26. Ένα σώμα μάζας $m=4kg$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο ελατηρίου, το κάτω άκρο του οποίου στερεώνεται στο κάτω μέρος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης ϕ τέτοιας ώστε $\eta\mu\phi=0,375$. Ασκούμε στο σώμα δύναμη σταθερού μέτρου $F=15N$ παράλληλη προς τον άξονα του ελατηρίου, οπότε το σώμα αρχίζει να κινείται προς τα πάνω. Τη στιγμή που το σώμα ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά καταργείται ακαριαία η δύναμη, οπότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργεια $E=4,5J$. Να υπολογιστούν:

α. Η σταθερά του ελατηρίου και το πλάτος της ταλάντωσης

β. Η εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου αν πάρουμε $t=0$ τη στιγμή που καταργήθηκε η δύναμη και φορά τη φορά της αρχικής εκτροπής

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της απομάκρυνσης και ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου

δ. Η χρονική στιγμή που το σώμα περνά για δεύτερη φορά από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και η ταχύτητα στην ίδια θέση

Δίνεται $g=10m/s^2$

Απ: α. 100N/m, 0,3m, β. $0,3\cdot\eta\mu(5t + \frac{\pi}{2})$, γ. $1,5\cdot\sigma\upsilon\nu(5t + \frac{\pi}{2})$, $-7,5\cdot\eta\mu(5t + \frac{\pi}{2})$, δ. $\pi/3 s$, $\frac{3\sqrt{3}}{4} m/s$

27. Σώμα μάζας M είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=40cm$ και περιόδου $T=10s$. Αν τη στιγμή που περνά από τη θέση

$x=\frac{A\sqrt{3}}{2}$ σφηνωθεί σ' αυτό βλήμα μάζας $m=M/4$ που κινείται ομόρροπα με το σώμα με ταχύτητα

$u=3u_{\max}$ όπου $u_{\max}$ η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος, να βρεθούν:

α. Η περίοδος της νέας ταλάντωσης

β. Το πλάτος της νέας ταλάντωσης

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στις θέσεις που κινείται με ταχύτητα ίση με το μισό της μέγιστης ταχύτητας της νέας ταλάντωσης, αν δίνεται η σταθερά του ελατηρίου $K=100N/m$

δ. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος λόγω της κρούσης

Απ: α. $5\sqrt{5} s$, β. $40\sqrt{2} cm$, γ. $-20\sqrt{6} N$, $+20\sqrt{6} N$, δ. -88,9%

28. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=300\text{N/m}$, σώμα μάζας $m_2=3\text{Kg}$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1=1\text{Kg}$ και αρχικής ταχύτητας $u_0=5\text{m/s}$ που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $s=0,9\text{m}$. τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα

α. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_2 όταν η κρούση είναι ελαστική;

β. Αν η κρούση είναι πλαστική να βρεθούν:

1. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

2. Η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,2\text{m}$, β. 1. $\frac{7}{60}\text{m}$, 2. $\frac{11}{60}\text{m}$ επιμήκυνση

29. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σώμα μάζας M εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν βρίσκεται σε απομάκρυνση χ από τη θέση ισορροπίας προσκρούει πλαστικά πάνω στο σώμα άλλο σώμα μάζας m που κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ταλάντωση με πλάτος κατά 25% μικρότερο του αρχικού πλάτους και με περίοδο αυξημένη κατά 50% σε σχέση με την αρχική. Να βρεθεί η θέση της κρούσης χ συναρτήσει του αρχικού πλάτους A

Απ: $\chi = \pm A\sqrt{\frac{17}{80}}$

30. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{Kg}$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$ και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=0,1\text{m}$ κατά μήκος του λείου οριζοντίου επιπέδου. Όταν το σώμα Σ_1 περνά από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{Kg}$. Η κρούση είναι μετωπικά και η διάρκεια αμελητέα. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελείται μετά την κρούση αν η κρούση είναι:

α. πλαστική β. ελαστική

Απ: α. $0,05\text{m}$, β. $0,05\text{m}$

31. Ένα πουλί μάζας $m=0,2\text{Kg}$ βρίσκεται πάνω σε ένα δίσκο μάζας $M=1\text{Kg}$ που είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το κάτω άκρο του οποίου στερεώνεται στο έδαφος. Κάποια στιγμή το πουλί εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $u_0=2\text{m/s}$, οπότε ο δίσκος αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση. Να υπολογιστούν:

α. Το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος

β. Το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου

γ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης

δ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,4\text{m/s}$, β. $0,03\text{m}$, γ. $0,09\text{J}$, δ. $0,64\text{J}$

32. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ στερεώνεται στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $K=100\text{N/m}$ και εξαναγκάζεται να εκτελέσει αμείωτη ταλάντωση με ολική ενέργεια $E=0,72\text{J}$, από διεγέρτη που του ασκεί εξωτερική περιοδική δύναμη συχνότητας $f_\delta=3/\pi\text{Hz}$.

α. Να βρεθεί η εξίσωση ταλάντωσης του σώματος αν την $t=0$ έχουμε $x=0$

β. Αν ο διεγέρτης ασκούσε την ίδια μέγιστη δύναμη αλλά με συχνότητα $f_\delta'=4/\pi\text{Hz}$ το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα ήταν μικρότερο μεγαλύτερο ή ίσο με το προηγούμενο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απ: α. $x=0,12\sin 6t$ β. μεγαλύτερο

33. Σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη της μορφής $F=-bu$. Αν μετά από 10 πλήρεις αιωρήσεις το πλάτος έχει μειωθεί στο $1/4$ της αρχικής του τιμής,

α. Πόσο θα έχει γίνει μετά από 20 ακόμη πλήρεις αιωρήσεις

β. Πόσο θα έχει γίνει μετά από 10 ακόμη πλήρεις αιωρήσεις

γ. Αποδείξτε ότι A_{k+1}/A_k είναι σταθερό

Απ: α. $A_0/64$, β. $A_0/16$

34. Μία φθίνουσα ταλάντωση έχει πλάτος που δίνεται από την εξίσωση $A_k=A_0e^{-\ln 2t}$. Να υπολογιστούν τη χρονική στιγμή $t_1=3s$:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης

β. Η απώλεια ενέργειας σε σχέση με την αρχική

Απ: α. $A_0/8$, β. $63E_0/64$

35. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης ελαττώνεται εκθετικά με το χρόνο. Αν σε κάθε πλήρη αιώρηση η % ελάττωση της ολικής ενέργειας είναι 36%, ποια είναι η % αντίστοιχη ελάττωση του πλάτους ταλάντωσης

Απ: 20%

36. Ένας ταλαντωτής μάζας $m=0,2kg$ εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με μικρή απόσβεση και συχνότητας $f=0,5Hz$ και πλάτους που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A=2 \cdot e^{-\lambda t}$ (A σε m). Μετά από 10 ταλαντώσεις η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $0,25J$. Να υπολογιστούν:

α. Η απώλεια ενέργειας στη χρονική διάρκεια των 10 πρώτων ταλαντώσεων

β. Η σταθερά λ

γ. Η χρονική στιγμή t_2 που το πλάτος της ταλάντωσης έχει γίνει ίσο με $A_2=0,25m$

δ. Το έργο της δύναμης της απόσβεσης από τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=40s$
Δίνεται $\pi^2=10$

Απ: α. $3,75J$, β. $\ln 2/10$, γ. $30s$, δ. $3,98...J$

37. Σώμα μάζας $m=1\text{ Kg}$ εξαρτάται από το κάτω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{ N/m}$ και ισορροπεί. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και του δίνουμε αρχική ταχύτητα $u=\sqrt{3}\text{ m/s}$ προς τη θέση ισορροπίας. Αν πάρουμε θετική φορά προς τα πάνω

α. Ποια είναι η εξίσωση της γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα

β. Εισάγουμε το σύστημα σε μέσο όπου του ασκείται δύναμη τριβής $F=-bu$ (b έχει μικρή τιμή)

1. Τι κίνηση θα εκτελέσει το σώμα

2. Ποια από τις τιμές της περιόδου είναι πιθανή για τη νέα κίνηση

α. $\pi/5\text{ s}$, β. $\pi/4\text{ s}$, γ. $\pi/6\text{ s}$

3. Αν $A_{10}/A_9=e^{-10}$ και $T=2\text{ s}$, ποια η τιμή της σταθεράς λ
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $x=0,2\sin(10t+\frac{5\pi}{6})$, β. 3. $\lambda=5\text{s}^{-1}$

38. Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k και εξαναγκάζεται σε ταλάντωση με τη βοήθεια διεγέρτη. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι f_1 το σώμα περνά 4 φορές από τη θέση ισορροπίας του σε κάθε δευτερόλεπτο. Αν ο διεγέρτης το εξαναγκάζει σε ταλάντωση με συχνότητα f_2 τέτοια ώστε κάθε 8 s το σώμα να περνά 48 φορές από τη θέση ισορροπίας του παρατηρείται μεγιστοποίηση του πλάτους και η μέγιστη δυναμική ενέργεια είναι $U_{\max(2)}=45J$.

α. Να υπολογιστεί η σταθερά k του ελατηρίου

β. Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης A_1 όταν η συχνότητα είναι f_1 αν η μέγιστη δυναμική ενέργεια που παρατηρείται στη συχνότητα αυτή διαφέρει κατά $16,2\text{J}$ από τη μέγιστη της συχνότητας f_2

γ. Να σχεδιαστεί ποιοτικά η γραφική παράσταση του πλάτους A της ταλάντωσης συναρτήσει της συχνότητας του διεγέρτη. Στο σχήμα να φαίνονται οι τιμές του πλάτους στις συχνότητες f_1 και f_2 . Δίνεται $\pi^2=10$

Απ: α. 360N/m , β. $0,4\text{m}$, γ. $A_0=0,5\text{m}$

39. Να βρεθεί η εξίσωση x - t και u - t της συνισταμένης ταλάντωσης που προκύπτει από τη σύνθεση δύο γραμμικών αρμονικών ταλαντώσεων $x_1=3\eta\mu(10t - \frac{\pi}{12})$ και $x_2=\sqrt{3}\eta\mu(10t + \frac{5\pi}{12})$

Απ: $x=2\sqrt{3}\eta\mu(10t + \frac{\pi}{12})$, $u=20\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(10t + \frac{\pi}{12})$

40. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις με ίδια διεύθυνση, ίδια θέση ισορροπίας και εξισώσεις: $x_1=A\cdot\eta\mu 20\pi t$ και $x_2=A\cdot\eta\mu 16\pi t$

α. Να βρεθούν οι συχνότητες των δύο αρμονικών ταλαντώσεων και η συχνότητα της ταλάντωσης που προκύπτει

β. Να βρεθεί η συχνότητα του διακροτήματος

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταλάντωσης που προκύπτει

Απ: α. 10 Hz , 8Hz , 9Hz , β. 2Hz , γ. $x=2A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi t\cdot\eta\mu 18\pi t$

41. Σώμα εκτελεί δύο γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις: $x_1=10\eta\mu\pi t$ και $x_2=10\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{3})$

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης για τη νέα κίνηση που προκύπτει

β. Να βρεθεί η τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t=1/3\text{s}$.

γ. Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος όταν βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα της κίνησής του και η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική

Δίνεται $\pi^2=10$

Απ: α. $x=10\sqrt{3}\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{6})$ β. $u=0$, γ. $a=-\frac{\sqrt{6}}{2}\text{ m/s}^2$

42. Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις

$x_1=10\eta\mu 2t$ και $x_2=10\sqrt{3}\eta\mu(2t + \frac{\pi}{2})$ (x σε cm , t σε s)

α. Να βρεθεί η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης

β. Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=3\pi/12\text{ s}$

Το σώμα περνώντας από τη θέση $x=+12\text{cm}$ κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο σώμα μάζας $m'=0,5\text{Kg}$ που κινείται αντίθετα με ταχύτητα

$u'=0,64\text{m/s}$. Να βρεθούν:

γ. Η ταχύτητα του συσσωματώματος και το νέο πλάτος ταλάντωσης

δ. Το % ποσοστό που ελαττώθηκε η κινητική ενέργεια μετά την κρούση

Απ: α. $x=0,2\eta\mu(2t + \frac{\pi}{3})$, β. $U=0,02\text{J}$, γ. $V=0$, $A'=0,12\text{m}$, δ. 100%

43. Μικρό σώμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=A\cdot\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{6})$ και $x_2=A\cdot\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{2})$. Η δυναμική ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης μηδενίζεται 20 φορές το δευτερόλεπτο, ενώ ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι 120N.

α. Να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα
 β. Να υπολογιστεί το πλάτος των επιμέρους ταλαντώσεων
 γ. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης

Δίνεται $\pi^2=10$

Απ: α. 400N/m, β. $0,1\sqrt{3}\text{ m}$, γ. $0,3\cdot\eta\mu(20\pi t+\frac{\pi}{3})$

44. Να βρεθεί η συνισταμένη κίνηση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της μορφής $x_1=3\eta\mu\frac{\pi}{2}t$ και $x_2=\sqrt{3}\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2})$ (x σε cm και t σε s)

Απ: $x=2\sqrt{3}\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{6})$

45. Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ εκτελεί συνισταμένη κίνηση λόγω δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της μορφής $x_1=4\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{6})$ και $x_2=4\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2})$ (x σε cm και t σε s)

α. Να γραφεί η εξίσωση της σύνθετης κίνησης
 β. Να υπολογιστεί η ενέργεια της ταλάντωσης

Απ: α. $x=4\sqrt{3}\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3})$

Ειδικά Θέματα

ΘΕΜΑ Β

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση αιτιολογώντας την επιλογή σας

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ελάχιστη χρονική διάρκεια για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x=0$ στη θέση $x=+\frac{A}{2}$ είναι t_A . Η ελάχιστη χρονική διάρκεια t_B για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x=+\frac{A}{2}$ στη θετική ακραία θέση $x=+A$ της ταλάντωσης είναι

- α. μικρότερη από t_A β. ίση με t_A γ. μεγαλύτερη από t_A

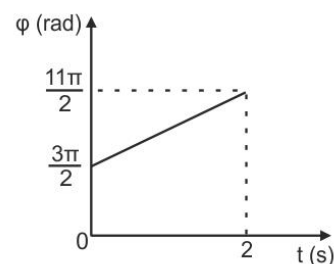
2. Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στη θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αντικαθιστούμε το ελατήριο με άλλο, σταθεράς $2k$, χωρίς να αλλάξουμε το αναρτημένο σώμα. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω από τη νέα θέση ισορροπίας κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο λόγος $a_{\max 1}/a_{\max 2}$ των μέτρων των μεγίστων επιταχύνσεων των δύο ταλαντώσεων είναι ίσος με

- α. 2 β. 1 γ. $\frac{1}{2}$

3. Η φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι ίση με

- α. 1s β. 2s γ. 2π s



4. Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στη θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα πάνω μέχρι να φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Το μέτρο της μέγιστης δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης είναι ίσο με

- α. Μηδέν β. kA γ. $2kA$

5. Ένα μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης 20J. Κάποια στιγμή, που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, του ασκούμε στιγμιαία δύναμη με αποτέλεσμα το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης. Το έργο που προσφέραμε στο ταλαντούμενο σύστημα μέσω αυτής της στιγμιαίας δύναμης, για το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης, είναι ίσο με

- α. 20J β. 60J γ. 80J

6. Το πλάτος A μιας φθίνουσας ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο t σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 e^{-\lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος και λ μια θετική σταθερά. Ο απαιτούμενος χρόνος μέχρι το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει $\frac{A_0}{2}$ είναι

$$\alpha. \frac{\ln 2}{2\Lambda}$$

$$\beta. \frac{\ln 2}{\Lambda}$$

$$\gamma. \frac{2 \ln 2}{\Lambda}$$

7. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι A η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E . Όταν η ενέργεια της ταλάντωσης γίνει $\frac{E}{2}$, το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι

$$\alpha. \frac{A}{4}$$

$$\beta. \frac{A}{2}$$

$$\gamma. \frac{A\sqrt{2}}{2}$$

8. Ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Κάποια στιγμή, το πλάτος της ταλάντωσης είναι A και η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E . Όταν το πλάτος της ταλάντωσης μειωθεί κατά 50%, η ενέργεια που έχει απομείνει στο σύστημα είναι

$$\alpha. 0,75E$$

$$\beta. 0,5E$$

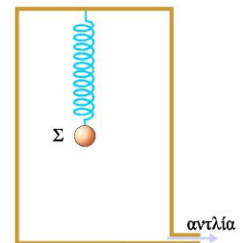
$$\gamma. 0,25E$$

9. Η σφαίρα Σ είναι αναρτημένη σε ιδανικό ελατήριο και εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στο εσωτερικό του δοχείου. Με τη χρήση μιας αεραντλίας μειώνουμε πολύ αργά την πίεση του αέρα στο δοχείο. Από τη στιγμή που σταματά η λειτουργία της αεραντλίας, το πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας Σ σε σχέση με το χρόνο

α. αυξάνεται.

β. παραμένει σταθερό.

γ. μειώνεται.



10. Ένα σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1 , μικρότερης από την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος. Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1 , πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη

α. να αυξηθεί και να πλησιάσει την τιμή f_0

β. να μειωθεί.

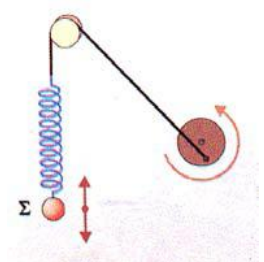
γ. να αυξηθεί και να ξεπεράσει κατά πολύ την τιμή f_0

11. Το σώμα μάζας m του σχήματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μέσα σε δοχείο που περιέχει αέρα υπό πίεση, από τον οποίο δέχεται δύναμη της μορφής $F' = -b\dot{x}$ με $b = \text{σταθ.}$. Αν αυξηθεί η πίεση του αέρα στο δοχείο, με αποτέλεσμα να υπάρξει μια μικρή αύξηση της σταθεράς b , το σώμα θα εκτελέσει:

α. φθίνουσα ταλάντωση.

β. αμείωτη ταλάντωση μικρότερου πλάτους.

γ. απεριοδική κίνηση.



12. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1 = 0,01\eta\mu 100\pi t$ και $x_2 = 0,01\eta\mu 102\pi t$ (SI). Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Η εξίσωση της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα δίνεται από τη σχέση

$$\alpha. x = 0,02\sin(\pi t)\eta\mu 101\pi t \text{ (S.I.)}$$

$$\beta. x = 0,02\sin(2\pi t)\eta\mu 101\pi t \text{ (S.I.)}$$

$$\gamma. x = 0,02\eta\mu 101\pi t \text{ (S.I.)}$$

13. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση των απλών αρμονικών ταλαντώσεων $x_1 = 0,04\eta\mu 1 = 400\pi t$ και $x_2 = 0,04\eta\mu 404\pi t$ (SI). Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω

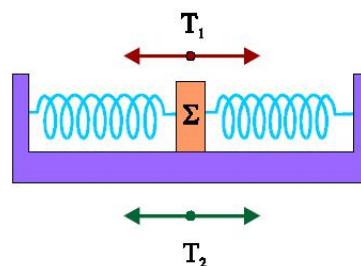
από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή t_1 το πλάτος της κίνησης που εκτελεί το σώμα είναι 0,08m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή

- α. $t_1 + 0,25$ s β. $t_1 + 0,5$ s γ. $t_1 + 1$ s

14. Το σώμα Σ του σχήματος εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με περιόδους T_1 και T_2 , με αποτέλεσμα η κίνησή του να παρουσιάζει διακροτήματα.

Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα είναι ίσος με

- α. $\frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$ β. $\frac{T_1 + T_2}{2}$ γ. $|T_1 - T_2|$



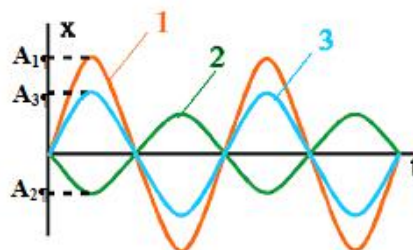
15. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που οφείλεται στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Στο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους, το σώμα έχει διέλθει από τη θέση ισορροπίας του

- α. $\frac{f_1 + f_2}{2|f_1 - f_2|}$ φορές. β. $\frac{f_1 + f_2}{|f_1 - f_2|}$ φορές. γ. $\frac{2(f_1 + f_2)}{|f_1 - f_2|}$ φορές.

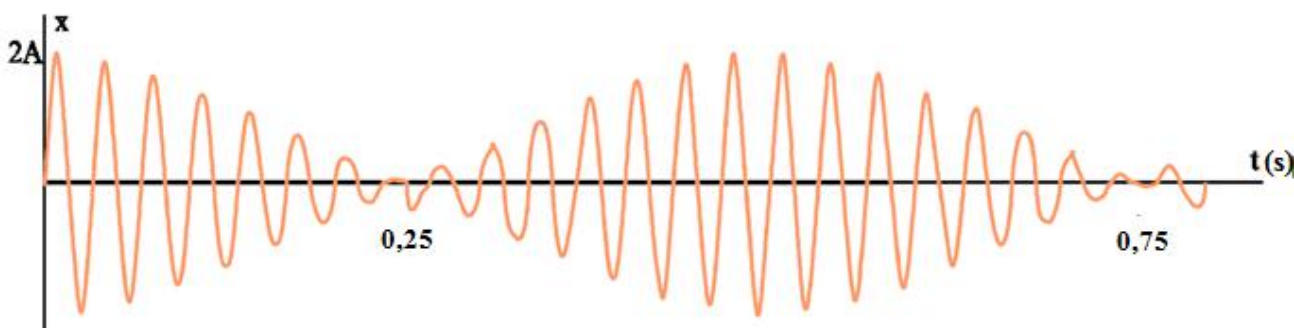
16. Το σχήμα παρουσιάζει τις απλές αρμονικές ταλαντώσεις 1, 2 και 3, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από το ίδιο σημείο.

Αν γνωρίζετε ότι ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο ταλαντώσεων από αυτές τότε η ταλάντωση που περιγράφει την κίνηση του σώματος είναι

- α. η ταλάντωση 1.
β. η ταλάντωση 2.
γ. η ταλάντωση 3.



17. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που οι συχνότητές τους f_1 και f_2 ($f_2 > f_1$) διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει η ιδιόμορφη περιοδική κίνηση του σχήματος.



Αν η συχνότητα f_1 ισούται με 29 Hz, η συχνότητα της περιοδικής κίνησης ισούται με

- α. 31Hz β. 30Hz γ. 2Hz

18. Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας συχνότητας που γίνονται στην ίδια διεύθυνση γύρω από το ίδιο σημείο. Όταν το σώμα εκτελεί μόνο την πρώτη ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_1=2\text{J}$. Όταν το σώμα εκτελεί μόνο τη δεύτερη ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_2=8\text{J}$. Όταν το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα τις δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E=10\text{J}$. Η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι ίση με

α. 30° β. 90° γ. 60°

Ασκήσεις

1. Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, κατά τη διεύθυνση του άξονα x' , σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A=0,1\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση τη μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Να βρείτε:

- α. τη γωνιακή συχνότητα ω και την ενέργεια E της ταλάντωσης.
- β. την εξίσωση της απομάκρυνσης $x=f(t)$ του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.
- γ. το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μέχρι το μέτρο της ταχύτητάς του να μεγιστοποιηθεί για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_0

δ. την ταχύτητα u του σώματος τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση $x=+\frac{A\sqrt{2}}{2}$ και κινείται με κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας του.

Απ: α. 10rad/s , $0,5\text{J}$, β. $x=0,1\mu(10t+\frac{\pi}{2})$, γ. $0,3\text{m}$, δ. $-\frac{\sqrt{2}}{2}\text{m/s}$

2. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=200\text{N/m}$ έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε μια οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που ισορροπεί. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω κατά $d=0,2\text{m}$ και τη χρονική στιγμή t_0 το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά να βρείτε:

- α. την αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης
- β. τη μέγιστη ταχύτητα $u_{\max}$ του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
- γ. την κινητική ενέργεια K του σώματος τις χρονικές στιγμές που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι $U=1\text{J}$
- δ. το μέτρο της μέγιστης δύναμης $F_{\text{ελ},\max}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $3\pi/2$, β. 2m/s , γ. 3J , δ. 60N

3. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας m που ισορροπεί. Στη θέση ισορροπίας, το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $d=0,05\text{m}$. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργεια $E=1\text{J}$ και εξίσωση απομάκρυνσης $x=0,1\mu(\omega t+\pi)$ (S.I). Θετική έχει θεωρηθεί η κατακόρυφη προς τα κάτω φορά. Να βρείτε:

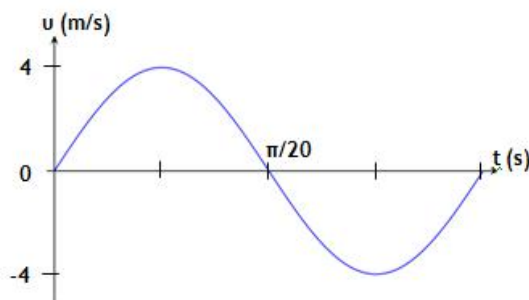
- α. τη σταθερά k του ελατηρίου.
- β. τη μάζα m του σώματος.
- γ. τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.

δ. την ταχύτητα u του σώματος, τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi\sqrt{2}}{80}\text{s}$

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 200N/m , β. 1kg , γ. $10\sqrt{2}\text{ rad/s}$, δ. -1 m/s

4. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E=0,8\text{J}$. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας u του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο t απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



α. να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης.

β. να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.

γ. να παραστήσετε γραφικά τη φάση ϕ της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου t , στο χρονικό διάστημα από $t_0=0$ ως $t=T$, αν γνωρίζουμε ότι η απομάκρυνση του σώματος μεταβάλλεται όπως το ημίτονο σε σχέση με το χρόνο.

δ. να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{40}\text{ s}$

Απ: α. $0,2\text{m}$, β. 40N/m , γ. $\phi=20t + \frac{3\pi}{2}$, δ. 0

5. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1=2\sqrt{3}\text{ ημ}10\pi t\text{ (cm)}$ και $x_2=\sqrt{3}\text{ ημ}(10\pi t + \frac{2\pi}{3})\text{ (cm)}$. Οι

δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση.

Να βρείτε:

α. Την περίοδο T της ταλάντωσης του σώματος.

β. Το πλάτος A της ταλάντωσης.

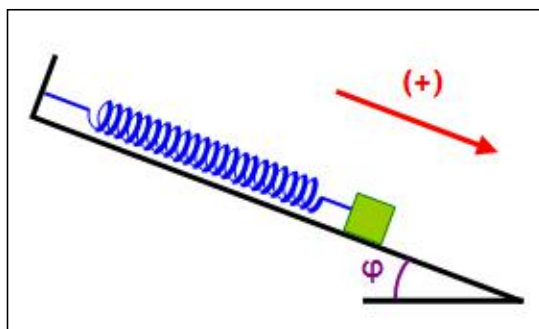
γ. Την αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης.

δ. Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία το σώμα φτάνει σε ακραία θέση της ταλάντωσης του για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t=0$.

Απ: α. $0,2\text{s}$, β. $\sqrt{3}\text{ cm}$, γ. $\frac{\pi}{6}$, δ. $\frac{1}{30}\text{ s}$

Προβλήματα

1. Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον οριζόντα γωνία $\phi=30^\circ$. Το σώμα είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα κατά $0,1\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρώντας θετική τη φορά του σχήματος:



α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

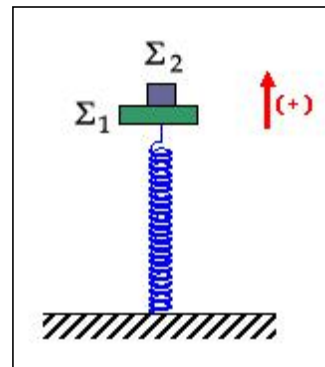
β. Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η επιτάχυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

γ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση $x = -\frac{A}{2}$, όπου A το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

δ. Να υπολογίσετε την επιπλέον ενέργεια W που πρέπει να δοθεί στο σύστημα, προκειμένου να διπλασιαστεί το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

Απ: α. $\beta. -2,5\mu(5t + \frac{\pi}{2})$, γ. 5kgm/s^2 , δ. $1,5\text{J}$

2. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$ που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνεται πάνω στο σώμα Σ_1 , χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$. Το σύστημα ελατήριο – Σ_1 – Σ_2 ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση



πλάτους $A = \frac{1}{30}\text{m}$. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα πάνω

φορά, να βρείτε:

α. Τη σταθερά του ελατηρίου. k

β. Τη μέγιστη συσπίρωση $\Delta L_{\max}$ του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.

γ. Την εξίσωση $U=f(t)$ της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.

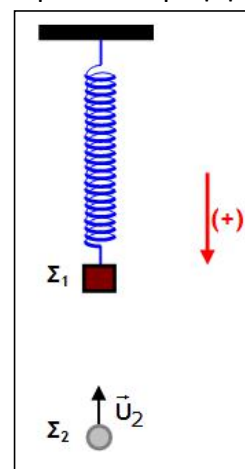
δ. Τη δύναμη επαφής N που ασκείται από το Σ_2 στο Σ_1 στη θέση μέγιστης συσπίρωσης του ελατηρίου.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. 300N/m , β. $\frac{4}{30}\text{m}$, γ. $\frac{1}{6}\text{ συν}^2 10t$, δ. $\frac{40}{3}\text{N}$

3. Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή.

Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=3\text{kg}$ που ισορροπεί στη θέση $\Theta(1)$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ένα βλήμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$ που κινείται στον άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου u_2 και φορά προς τα πάνω, προσκρούει στο σώμα Σ_1 και σφηνώνεται σ' αυτό. Το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική



ταχύτητα μέτρου $u_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{m/s}$.

Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, να βρείτε:

α. την επιμήκυνση d_1 του ελατηρίου ως προς το φυσικό του μήκος, στη θέση ισορροπίας $\Theta(1)$ του σώματος Σ_1 .

β. το μέτρο u_2 της ταχύτητας του βλήματος.

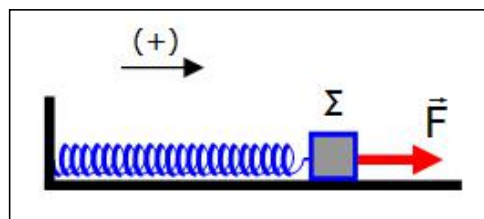
γ. το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ. την εξίσωση $u=f(t)$ της ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται το συσσωμάτωμα.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

Απ: α. $0,3\text{m}$, β. $2\sqrt{3}\text{m/s}$, γ. $0,2\text{m}$, δ. $\text{συν}(5t + \frac{7\pi}{6})$

4. Το σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$ του σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο σώμα Σ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F με



αποτελεσμα το σύστημα να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=0,4\text{m}$.

Να βρεθεί:

α. το μέτρο της δύναμης. F

β. η εξίσωση $x=f(t)$ της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

γ. η εξίσωση $F_{ελ}=f(t)$ της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.

δ. Το πλάτος A' και η ολική ενέργεια E' της νέας ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα, αν κάποια στιγμή που το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση ταλάντωσης, καταργηθεί η δύναμη F .

Απ: α. 160N, β. $0,4\eta\mu(20t + \frac{3\pi}{2})$, γ. $-160\eta\mu(20t + \frac{3\pi}{2}) - 160$, δ. 0,8m, 128J

5. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα $m=2\text{kg}$ και ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

Εκτρέπουμε το σώμα από τη Θ.Ι. του φέρνοντάς το στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα

$v=\sqrt{3}\text{ m/s}$, προς τα πάνω.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Να γράψετε την εξίσωση $y=f(t)$ της απομάκρυνσης.

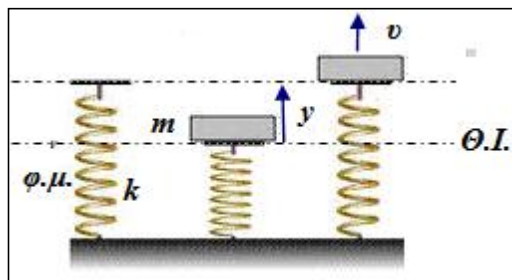
γ. Να υπολογίσετε την μέγιστη ενέργεια του ελατηρίου;

δ. Να βρείτε ποια χρονική στιγμή το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του για δεύτερη φορά, μετά τη στιγμή $t_0=0$.

ε. Να βρείτε την ορμή του σώματος κατά τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{10}\text{ s}$.

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$ και ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω.

Απ: α. 0,2m, β. $0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{6})$, γ. 9J, δ. $-2\sqrt{3}\text{ kgm/s}$



Θέματα πανελλαδικών εξετάσεων

Θέμα Α

1. Να χαρακτηρίσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν

- 1.1. Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου είναι μεγέθη αντίστροφα.
- 1.2. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η ταχύτητά του είναι μηδέν.
- 1.3. Η ενέργεια ταλάντωσης στην απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.
- 1.4. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος που ταλαντώνεται καθώς αυξάνεται το μέτρο της δύναμης επαναφοράς.
- 1.5. Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση είναι πάντα θετικό.
- 1.6. Η περίοδος φθίνουσας ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, διατηρείται σταθερή.
- 1.7. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b , η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει σταθερή με τον χρόνο.
- 1.8. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b .
- 1.9. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό.
- 1.10. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F=-bv$), για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b η περίοδος μειώνεται.
- 1.11. Όλες οι ταλαντώσεις στο μακρόκοσμο είναι φθίνουσες.
- 1.12. Η σταθερά απόσβεσης b σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.
- 1.13. Όταν τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή της σταθεράς απόσβεσης ελαττώνεται
- 1.14. Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα f του διεγέρτη.
- 1.15. Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με τη συχνότητα του διεγέρτη
- 1.16. Το πλάτος σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα του διεγέρτη
- 1.17. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό με το χρόνο.
- 1.18. Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση ο διεγέρτης επιβάλλει στην ταλάντωση τη συχνότητά του.
- 1.19. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
- 1.20. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος είναι διαφορετική από αυτή του διεγέρτη.
- 1.21. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πάντα ίδια με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
- 1.22. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.
- 1.23. Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
- 1.24. Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση που βρίσκεται σε συντονισμό, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται, όταν διπλασιαστεί η συχνότητα του διεγέρτη.
- 1.25. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

- 1.26.** Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, στην οποία η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση είναι της μορφής $F' = -bv$, η σταθερά απόσβεσης b είναι ανεξάρτητη από το σχήμα και τις διαστάσεις του αντικειμένου που κινείται.
- 1.27.** Η συχνότητα του διακροτήματος είναι μεγαλύτερη από κάθε μια από τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων που δημιουργούν το διακρότημα.
- 1.28.** Δυο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος αλλά λίγο διαφορετικές συχνότητες. Στη σύνθεση των ταλαντώσεων αυτών ο χρόνος ανάμεσα σε δυο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται περίοδος των διακροτημάτων.
- 1.29.** Η σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από ίδιο σημείο με συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, είναι απλή αρμονική ταλάντωση.
- 1.30.** Κατά τον συντονισμό η ενέργεια του διεγέρτη μεταφέρεται στο ταλαντούμενο σύστημα, κατά τον βέλτιστο τρόπο.
- 1.31.** Τα κτήρια κατά τη διάρκεια ενός σεισμού εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση.
- 1.32.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η ενέργεια του ταλαντωτή παραμένει σταθερή.
- 1.33.** Περίοδος T_δ ενός διακροτήματος ονομάζεται ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης .
- 1.34.** Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο.
- 1.35.** Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
- 1.36.** Κατά την εκδήλωση σεισμικής δόνησης το έδαφος λειτουργεί ως διεγέρτης για τα κτίρια. Όταν η συχνότητα του σεισμικού κύματος γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα ενός κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου μεγιστοποιείται.
- 1.37.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με μικρή σταθερά απόσβεσης b , όταν η σταθερά απόσβεσης αυξηθεί λίγο, ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της ταλάντωσης ελαττώνεται.
- 1.38.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.
- 1.39.** Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και με συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει περιοδική κίνηση που παρουσιάζει διακροτήματα.
- 1.40.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη και τη σταθερά απόσβεσης b .
- 1.41.** Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, όταν το ταλαντούμενο σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.
- 1.42.** Με το σύστημα ανάρτησης των αυτοκινήτων (αμορτισέρ), επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης των ταλαντώσεων.

2. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση

1. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης F . Αν x η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας του και D θετική σταθερά, τότε για τη δύναμη ισχύει:

α. $F=D$

β. $F=D \cdot x$

γ. $F=-D \cdot x$

δ. $F=0$

2. Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας

α. η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν.

β. η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη.

γ. η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.

δ. η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

12. Στην απλή αρμονική ταλάντωση

- α. η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή.
- β. η ολική ενέργεια μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.
- γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.
- δ. η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.

13. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F .

Το πηλίκο $\frac{F}{m}$

- α. παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
- β. μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
- γ. αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
- δ. γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας

14. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A . Στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης

- α. η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται μέγιστη.
- β. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης μηδενίζεται.
- γ. το μέτρο της δύναμης επαναφοράς γίνεται μέγιστο.
- δ. η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται.

15. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση $v = A\omega \sin \omega t$. Τότε η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση:

- α. $x = A \sin \omega t$ β. $x = A \cos \omega t$ γ. $x = A \sin(\omega t + \pi)$ δ. $x = A \sin(\omega t + 3\pi/2)$

16. Ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας. Τότε:

- α. η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή
- β. το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο
- γ. η περίοδος του συστήματος μεταβάλλεται
- δ. ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση μειώνεται.

17. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής $F = -bv$, με b σταθερό,

- α. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.
- β. η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται από το πλάτος.
- γ. το πλάτος παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο.
- δ. η περίοδος παραμένει σταθερή σε σχέση με το χρόνο.

18. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση παραμένει σταθερός. Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της ταλάντωσης :

- α. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο
- β. μειώνεται ανάλογα με το χρόνο
- γ. παραμένει σταθερό
- δ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο.

19. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:

- α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.
- β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.
- γ. η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.

δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.

20. Όταν ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, τότε

α. η περίοδος μεταβάλλεται.

β. η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση αυξάνεται.

δ. το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

21. Κατά τη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση

α. το πλάτος παραμένει σταθερό.

β. η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

γ. το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0e^{-\Lambda t}$, όπου Λ θετική σταθερά.

δ. έχουμε μεταφορά ενέργειας από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον.

22. Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται:

α. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b αυξάνεται.

β. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b μειώνεται.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.

δ. η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

23. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -bv$, με $b =$ σταθερό, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για $\Lambda > 0$).

α. $A = A_0 - bt$

β. $A = A_0e^{-\Lambda t}$.

γ. $A = A_0e^{-\Lambda t}$

δ. $A = \frac{A_0}{\Lambda t}$

24. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

α. η ενέργεια του ταλαντωτή είναι συνεχώς σταθερή

β. η συχνότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου

γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός

δ. το πλάτος μειώνεται γραμμικά με το χρόνο

25. Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου

α. αυξάνεται

β. διατηρείται σταθερή

γ. μειώνεται γραμμικά

δ. μειώνεται εκθετικά

26. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου

α. η περίοδος μειώνεται.

β. η περίοδος είναι σταθερή.

γ. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

27. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{αντ} = -bu$, όπου b θετική σταθερά και u η ταχύτητα του ταλαντωτή,
α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.
β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.
γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

28. Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή t_1 έχει ενέργεια ταλάντωσης E και πλάτος ταλάντωσης A . Τη χρονική στιγμή t_2 που έχει χάσει τα $3/4$ της αρχικής του ενέργειας το πλάτος της ταλάντωσής του είναι:
α. $A/4$ β. $3A/4$ γ. $A/2$ δ. $A/3$

29. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή $F_{αντ} = -bu$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή b_1 . Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται b_2 με $b_2 > b_1$. Τότε:
α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.
β. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.
γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.
δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.

30. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που προκαλεί την απόσβεση είναι της μορφής $F = -bu$, όπου b θετική σταθερά και u η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται. Το έργο της δύναμης αυτής είναι
α. θετικό, όταν το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση
β. πάντα αρνητικό
γ. πάντα θετικό
δ. μηδέν για μια πλήρη ταλάντωση.

31. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο
α. η περίοδος δεν διατηρείται για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b
β. όταν η σταθερά απόσβεσης b μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα
γ. η κίνηση μένει περιοδική για οποιαδήποτε τιμή της σταθεράς απόσβεσης
δ. η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τον όγκο του σώματος που ταλαντώνεται.

32. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος φθίνει χρονικά ως $A = A_0 e^{-\lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:
α. οι μειώσεις του πλάτους σε κάθε περίοδο είναι σταθερές
β. η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -bu^2$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και u η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται
γ. η περίοδος T της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο για μικρή τιμή της σταθεράς απόσβεσης b
δ. η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -bu$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και u η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

33. Ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F = -b.u$). Η ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με E και το πλάτος

της ίσο με A . Αν μετά από χρόνο t η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $E/4$ τότε το νέο πλάτος της ταλάντωσης θα είναι ίσο με

- α. $A/4$ β. $A/2$ γ. $3A/4$ δ. A

34. Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,

- α. εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται
β. μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης
γ. έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $\text{kg}\cdot\text{s}$
δ. εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση

35. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη αντίστασης στην κίνηση της μορφής $F = -b v$, όπου v η ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος. Η σταθερά απόσβεσης b στο διεθνές σύστημα μονάδων μέτρησης (S.I.) μετριέται σε

- α. kg / s β. kg / s^2 γ. $\text{kg}\cdot\text{m} / \text{s}$ δ. $\text{kg}\cdot\text{m} / \text{s}^2$

36. Ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα f του διεγέρτη να είναι λίγο μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή. Αν ελαττώσουμε την περίοδο του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης του ταλαντωτή

- α. παραμένει σταθερό
β. αυξάνεται αρχικά και μετά ελαττώνεται
γ. ελαττώνεται αρχικά και μετά αυξάνεται
δ. ελαττώνεται.

37. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1 και f_2 του διεγέρτη με $f_1 < f_2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ισχύει:

- α. $f_0 < f_1$ β. $f_0 > f_2$ γ. $f_1 < f_0 < f_2$ δ. $f_1 = f_0$.

38. Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ένα σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα που είναι ίση με

- α. την ιδιοσυχνότητά του.
β. τη συχνότητα του διεγέρτη.
γ. τη διαφορά ιδιοσυχνότητας και συχνότητας του διεγέρτη.
δ. το άθροισμα ιδιοσυχνότητας και συχνότητας του διεγέρτη.

39. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη. Το πλάτος της ταλάντωσης θα:

- α. αυξάνεται συνεχώς
β. μειώνεται συνεχώς
γ. μένει σταθερό
δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται

40. Σε μία εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση, για ορισμένη τιμή της συχνότητας του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης

- α. παραμένει σταθερό.
β. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
γ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο.
δ. μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.

- 41.** Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης
 α. είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη
 β. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή
 γ. εξαρτάται από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης
 δ. είναι ίση με το άθροισμα της συχνότητας του διεγέρτη και της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή
- 42.** Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης ...
 α. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
 β. είναι πάντα μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
 γ. είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.
 δ. είναι πάντα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
- 43.** Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης
 α. έχουμε πάντα συντονισμό
 β. η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης
 γ. για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό
 δ. η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες.
- 44.** Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβή είναι 20 Hz. Το πλάτος ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι:
 α. 10 Hz β. 20 Hz γ. 30 Hz δ. 40 Hz
- 45.** Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο στις
 α. μηχανικές ταλαντώσεις.
 β. ηλεκτρικές ταλαντώσεις.
 γ. εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
 δ. ελεύθερες ταλαντώσεις.
- 46.** Μηχανικό σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα ίση με 10Hz και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το σύστημα απορροφά ενέργεια κατά το βέλτιστο τρόπο, όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι
 α. 1Hz. β. 10Hz. γ. 100Hz. δ. 1000Hz.
- 47.** Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές $f_1=5\text{Hz}$ και $f_2=10\text{Hz}$, το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Θα έχουμε μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης, όταν η συχνότητα του διεγέρτη πάρει την τιμή:
 α. 2Hz β. 4Hz γ. 8Hz δ. 12Hz
- 48.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν μειώνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης
 α. θα μένει σταθερό
 β. θα αυξάνεται συνεχώς
 γ. θα μειώνεται συνεχώς
 δ. αρχικά θα αυξάνεται και μετά θα μειώνεται.
- 49.** Ένα σώμα Σ εκτελεί σύνθετη αρμονική ταλάντωση ως αποτέλεσμα δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και έχουν εξισώσεις $x_1=A\eta\mu\omega t$ και $x_2=3A\eta\mu(\omega t+\pi)$. Η εξίσωση της σύνθετης αρμονικής ταλάντωσης είναι:
 α. $x=2A\eta\mu\omega t$ β. $x=4A\eta\mu(\omega t+\pi)$
 γ. $x=3A\eta\mu\omega t$ δ. $x=2A\eta\mu(\omega t+\pi)$

50. Στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι
 α. σε κάθε περίπτωση σταθερό
 β. σε κάθε περίπτωση ίσο με το άθροισμα του πλάτους των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων
 γ. σε κάθε περίπτωση μηδέν
 δ. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

51. Ένα σώμα Σ εκτελεί σύνθετη αρμονική ταλάντωση, ως αποτέλεσμα δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, και έχουν εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu \omega t$. Το πλάτος A της σύνθετης αρμονικής ταλάντωσης είναι ίσο με

α. $A = A_1 + A_2$ β. $A = |A_1 - A_2|$ γ. $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ δ. $A = \sqrt{|A_1^2 - A_2^2|}$

52. Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο σημείο, έχουν την ίδια διεύθυνση και συχνότητα, και πλάτη A_1 και A_2 . Αν οι ταλαντώσεις αυτές παρουσιάζουν διαφορά φάσης 180° , τότε το πλάτος A της σύνθετης ταλάντωσης που προκύπτει από τη σύνθεσή τους είναι

α. $A = A_1 + A_2$. β. $A = |A_1 - A_2|$ γ. $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ δ. $A = \sqrt{|A_1^2 - A_2^2|}$

53. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \pi)$. Οι ταλαντώσεις γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Για τα πλάτη A_1 και A_2 των ταλαντώσεων ισχύει ότι $A_2 > A_1$. Η σύνθετη ταλάντωση που εκτελεί το σώμα έχει πλάτος

α. $A_1 + A_2$ β. $A_2 - A_1$ γ. $A_1 - A_2$ δ. $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

54. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους, μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν:

- α. ίσες συχνότητες.
- β. παραπλήσιες συχνότητες.
- γ. διαφορετικές συχνότητες.
- δ. συχνότητες που η μια είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

55. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \pi)$ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, με $A_2 > A_1$.

Η σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει έχει φάση απομάκρυνσης

α. ωt και πλάτος $A_2 - A_1$ β. $\omega t + \pi$ και πλάτος $A_2 - A_1$
 γ. ωt και πλάτος $A_1 + A_2$ δ. $\omega t + \pi$ και πλάτος $\frac{A_1 + A_2}{2}$

56. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας είναι μια νέα αρμονική ταλάντωση, όταν οι δύο αρχικές ταλαντώσεις έχουν

- α. παραπλήσιες συχνότητες και ίδια πλάτη.
- β. παραπλήσιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.
- γ. ίδιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.
- δ. ίδια πλάτη και διαφορετικές συχνότητες.

57. Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων

- α. είναι ανεξάρτητη από τις συχνότητες των επιμέρους αρμονικών ταλαντώσεων.
- β. είναι ανεξάρτητη από τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.
- γ. είναι ανεξάρτητη από τις διευθύνσεις των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.
- δ. εξαρτάται από τα πλάτη των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

58. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους

α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι $2A$.

β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.

γ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \frac{1}{f_1 + f_2}$

δ. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \frac{1}{2[f_1 - f_2]}$

59. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες f_1 και f_2 ($f_1 > f_2$) των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα f_2 προσεγγίσει τη συχνότητα f_1 , χωρίς να την ξεπεράσει, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:

α. αυξηθεί.

β. μειωθεί.

γ. παραμένει ο ίδιος.

δ. αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με την τιμή της f_2 .

60. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους A , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο. Αν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων f_1 και f_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, τότε

α. το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό.

γ. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι $2A$.

δ. η περίοδος του διακροτήματος είναι ανάλογη με τη διαφορά συχνοτήτων $f_1 - f_2$.

61. Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν

α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες.

β. άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες.

γ. ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.

δ. ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης

62. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης και του ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και που οι περίοδοί τους T_1 και T_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, προκύπτει ταλάντωση μεταβλητού πλάτους με περίοδο T που είναι ίση με

α. $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$

β. $T = \frac{2T_1 T_2}{T_1 + T_2}$

γ. $T = \frac{|T_1 - T_2|}{2}$

δ. $T = \frac{T_1 T_2}{|T_2 - T_1|}$

63. Η σύνθετη ταλάντωση ενός σώματος προκύπτει από δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση. Το σώμα, σε σχέση με τις αρχικές ταλαντώσεις, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με

α. ίδια διεύθυνση και ίδια συχνότητα.

- β. διαφορετική διεύθυνση και ίδια συχνότητα.
- γ. ίδια διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.
- δ. διαφορετική διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.

64. Διακρότημα δημιουργείται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, με ίδιο πλάτος, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι ταλαντώσεις αυτές έχουν:

- α. ίσες συχνότητες και ίδια φάση
- β. ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης $\pi/2$
- γ. παραπλήσιες συχνότητες
- δ. ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης π .

65. Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$, των οποίων οι συχνότητες ω_1 και ω_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει:

- α. συχνότητα $2(\omega_1 - \omega_2)$
- β. συχνότητα $\omega_1 + \omega_2$
- γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και $2A$
- δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και A

66. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που εκτελούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu 100\pi t$ (S.I.) και $x_2 = A\eta\mu 104\pi t$ (S.I.) δημιουργούνται διακροτήματα. Η συχνότητα των διακροτημάτων είναι ίση με

- α. 0,5 Hz β. 1,0 Hz γ. 2,0 Hz δ. 4,0 Hz

67. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες f_1 και f_2 δημιουργείται σύνθετη κίνηση, η οποία παρουσιάζει διακροτήματα. Η περίοδος του διακροτήματος είναι ίση με

- α. $T = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$
- β. $T = \left| \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right|$
- γ. $T = |f_1 - f_2|$
- δ. $\frac{1}{2|f_1 - f_2|}$

68. Διακρότημα δημιουργείται μετά από σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, όταν οι ταλαντώσεις έχουν

- α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες
- β. διαφορετικά πλάτη και ίσες συχνότητες
- γ. διαφορετικά πλάτη και διαφορετικές συχνότητες
- δ. ίσα πλάτη και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους.

Θέμα Β

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση αιτιολογώντας την επιλογή σας

1. Υλικό σημείο Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A και κυκλικής συχνότητας ω . Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι u_0 και του μέτρου της επιτάχυνσής του είναι a_0 . Αν x , u , a είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του Σ αντίστοιχα, τότε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

- α. $u^2 = \omega(A^2 - x^2)$.
- β. $x^2 = \omega^2(a_0^2 - a^2)$.
- γ. $a^2 = \omega^2(u_0^2 - u^2)$

2. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση $k_1 = k_2/2$. Απομακρύνουμε

τα σώματα Σ_1 και Σ_2 από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x και $2x$ αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:

α. ταυτόχρονα

β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_1

γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_2

3. Στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων A και B των οποίων τα άλλα άκρα είναι ακλόνητα στερεωμένα, ισορροπούν δύο σώματα με ίσες μάζες. Απομακρύνουμε και τα δύο σώματα προς τα κάτω κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα, ώστε αυτά να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η σταθερά του ελατηρίου A είναι τετραπλάσια από τη σταθερά του ελατηρίου B, ποιος είναι τότε ο λόγος των μέγιστων ταχυτήτων $u_{A,max}/u_{B,max}$ των δύο σωμάτων:

α. $1/2$

β. 1

γ. 2

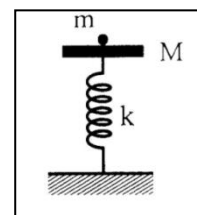
4. Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος.

Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

α. $\frac{m^2 g^3}{2k}$

β. $\frac{M^2 g^3}{2k}$

γ. $\frac{(m+M)^2 g^3}{2k}$



5. Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα είναι δεμένα στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές K και $K/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα, και εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίσες ενέργειες ταλάντωσης. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

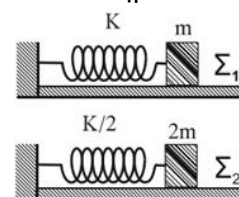
Το πλάτος ταλάντωσης A_1 του σώματος Σ_1 είναι

α. μικρότερο

β. ίσο

γ. μεγαλύτερο

από το πλάτος ταλάντωσης A_2 του σώματος Σ_2 .



6. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία.

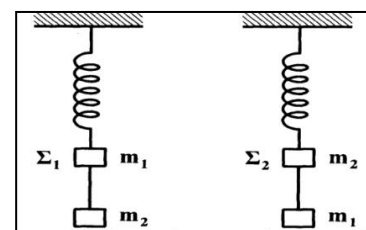
Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως στο σχήμα.

Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 , τότε:

α. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$

β. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$

γ. $\frac{E_1}{E_2} = 1$

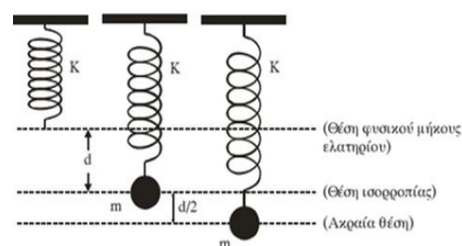


7. Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K , η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $d/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι d . Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι:

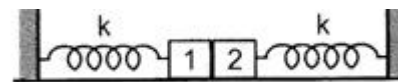
α. $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = \frac{1}{3}$

β. $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 3$

γ. $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 2$



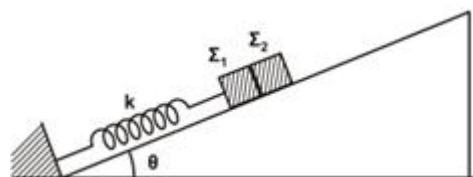
8. Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. 0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

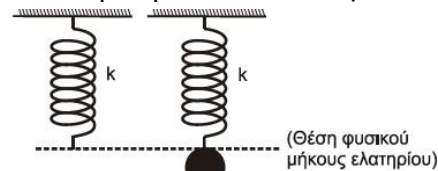
- α. 1 β. $\frac{1}{2}$ γ. 2

9. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους A . Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:



- α. $A \cdot k < (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta$ β. $A \cdot k > (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta$ γ. $A \cdot k < (m_1 + m_2)^2 g \eta \mu \theta$

10. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού του μήκους, στερεώνεται μάζα m . Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι ίση με:



- α. $\frac{m^2 g^2}{k}$ β. $\frac{2m^2 g^2}{k}$ γ. $\frac{m^2 g^2}{2k}$

11. Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει ενέργεια E_0 και πλάτος ταλάντωσης A_0 . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή t , που το πλάτος της ταλάντωσης του έχει μειωθεί στο $1/4$ της αρχικής του τιμής, είναι

- α. $E_0/16$. β. $E_0/4$ γ. $15E_0/16$

12. Ταλαντωτής που εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση έχει τη χρονική στιγμή $t=0$ ενέργεια E_0 και πλάτος A_0 . Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή έχει ελαττωθεί κατά $\frac{15}{16}E_0$. Τη χρονική στιγμή t_1 το πλάτος A της ταλάντωσης είναι:

- α. $\frac{A_0}{2}$ β. $\frac{A_0}{4}$ γ. $\frac{A_0}{16}$

13. Ένα σώμα μάζας m είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς K και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f = f_0$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα m του σώματος, ενώ η συχνότητα του διεγέρτη παραμένει σταθερή, τότε:

A. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος

α. γίνεται $f_0/2$. β. γίνεται $2 f_0$. γ. παραμένει σταθερή.

Β. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος

α. αυξάνεται. β. ελαττώνεται. γ. παραμένει σταθερό.

14. Σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1 . Παρατηρούμε ότι, αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί και γίνει f_2 , το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι πάλι A_1 . Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1 , πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη να είναι:

α. $f > f_2$. β. $f < f_1$. γ. $f_1 < f < f_2$.

15. Σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σταθερού πλάτους. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι f_0 και η περίοδος του διεγέρτη είναι T_1 , όπου $T_1 > 1/f_0$. Αν η περίοδος του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

α. μικραίνει. β. παραμένει το ίδιο. γ. μεγαλώνει.

16. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα συντονισμού είναι 10Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη από 10Hz γίνει 20Hz, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α. μειώνεται β. αυξάνεται γ. παραμένει σταθερό

17. Απλός αρμονικός ταλαντωτής, ελατήριο-μάζα, με σταθερά ελατηρίου $k = 100 \text{ N/m}$ και μάζα $m = 1 \text{ kg}$ εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα διεγέρτη $f = 8/\pi \text{ Hz}$. Αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

α. μειώνεται β. αυξάνεται γ. μένει σταθερό.

18. Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, με εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu\omega t$ και $x_2 = 2A\eta\mu\omega t$. Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης, είναι :

α. A β. $3A$ γ. $2A$

19. Σώμα Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, στην ίδια διεύθυνση, με εξισώσεις: $x_1 = 5\eta\mu 10t$ και $x_2 = 8\eta\mu(10t + \pi)$. Η απομάκρυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από την εξίσωση

α. $y = 3\eta\mu(10t + \pi)$. β. $y = 3\eta\mu 10t$. γ. $y = 11\eta\mu(10t + \pi)$.

20. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$y_1 = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3}), \quad y_2 = 3A\eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6}).$$

Αν E_1 , E_2 , $E_{\text{ολ}}$ είναι οι ενέργειες ταλάντωσης για την πρώτη, για τη δεύτερη και για τη συνισταμένη ταλάντωση, τότε ισχύει:

α. $E_{\text{ολ}} = E_1 - E_2$ β. $E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2$ γ. $E_{\text{ολ}}^2 = E_1^2 + E_2^2$

21. Ένα σώμα μετέχει σε δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και γωνιακές ταχύτητες, που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι: $x_1 = 0,2\eta\mu(998 \pi t)$, $x_2 = 0,2\eta\mu(1002 \pi t)$ (όλα τα μεγέθη στο S.I.). Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι:

α. 2s β. 1s γ. 0,5s

22. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2 , ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με

$f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_\Delta = 2$ s. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

- α. $f_1 = 200,5$ Hz, $f_2 = 200$ Hz
 β. $f_1 = 100,25$ Hz, $f_2 = 99,75$ Hz
 γ. $f_1 = 50,2$ Hz, $f_2 = 49,7$ Hz

23. Ένα σώμα εκτελεί σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος ταλάντωσης και γωνιακές συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Οι εξισώσεις των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων είναι της μορφής $x_1 = A \cdot \eta\mu(399\pi t)$ (S.I) και $x_2 = A \cdot \eta\mu(401\pi t)$ (S.I). Ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι ίσος με

- i. 400 ii. 600 iii. 800

Προβλήματα

1. Σώμα μάζας $m=1$ kg είναι προσαρμοσμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T=0,1\pi$ s

α. Να υπολογίσετε:

- τη σταθερά του ελατηρίου
- το μέτρο της απομάκρυνσης του σώματος στη θέση στην οποία η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $U_1=2$ J

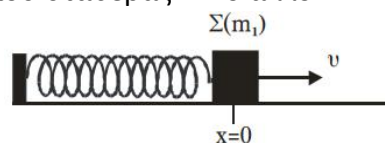
β. Αν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης στην παραπάνω θέση είναι ίση με την κινητική, να υπολογίσετε:

- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στη θέση αυτή
- το πλάτος της ταλάντωσης

γ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη θέση $x_1=+0,1$ m έως τη θέση που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του συστήματος είναι ίση με $U_2=4$ J

Απ: α. 1. 400N/m, 2. $\pm 0,1$ m, β. 1. 2m/s, 2. $0,1\sqrt{2}$ m, γ 2J

2. Ένα σώμα Σ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο-μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά.



Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση $x = 0,1\eta\mu 10\pi t$ (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = 6$ J. Τη χρονική στιγμή $t=\pi/10$ s στο σώμα Σ σφηνώνεται βλήμα μάζας $m_2=m_1/2$ κινούμενο με ταχύτητα u_2 κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A'=0,1\sqrt{6}$ m

- Να υπολογίσετε τη σταθερά K του ελατηρίου και τη μάζα m_1 του σώματος Σ
- Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια E' και τη γωνιακή συχνότητα ω' της ταλάντωσης του συσσωματώματος
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα u_2 του βλήματος πριν από την κρούση.

Απ: α. 1200N/m, 12kg, β. 36J, $\sqrt{\frac{200}{3}}$ r/s, γ. 4m/s

3. Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας $m_1=1,44$ kg, ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθετα ένα πουλί μάζας m_2 και το σύστημα ταλαντώνεται

σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι $0,4\pi$ m/s και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε 0,5s. Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα $2,5\pi$ rad/s. Να βρείτε:

- Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης.
- Τη σταθερά του ελατηρίου.
- Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.
- Τη μάζα του πουλιού.

Απ: α. 1s, 0,2m, β. $9\pi^2$ N/m, γ. $0,5\pi$ m/s, δ. 0,81kg

4. Το σώμα Σ του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=900$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T=(\pi/15)$ s. Το σώμα τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $v=6$ m/s κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε:



- Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.
- Τη μάζα του σώματος.
- Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως $(2\pi/15)$ s.
- Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει $K=3U$, όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

Απ: α. 0,2m, β. 1kg, γ. $0,2\eta\mu 30t$, δ. $\pm 0,1$ m

5. Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=60$ N/m και $k_2=140$ N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ μάζας $m=2$ kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατά $A=0,2$ m προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

- Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά.
- Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x .
- Τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη θέση $x=+A/2$ αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο k_2 . Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

Απ: α. $D=200$ N/m, β. $0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, γ. $25x^2$, δ. $0,1\sqrt{11}$ m

6. Ακίνητο σώμα μάζας $M=9\cdot 10^{-2}$ kg βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=1000$ N/m.

Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας $m=1\cdot 10^{-2}$ kg που κινείται κατά τη



διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα v , συγκρούεται με το ακίνητο σώμα μάζας M και σφηνώνεται σ' αυτό. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=0,1$ m.

A. Να υπολογίσετε:

- την περίοδο T της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
- την ταχύτητα v , με την οποία το βλήμα προσκρούει στο σώμα μάζας M .

Β. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο.

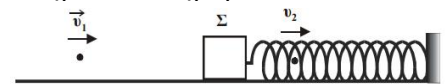
Απ: α. $2\pi \cdot 10^{-2}s$, β. $10m/s$, γ. $100m/s$, δ. $0,1\eta\mu 100t$

7. Σώμα μάζας $m_1=3kg$ είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο T και πλάτος $A=0,4m$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Τη χρονική στιγμή $t=T/6$, ένα σώμα μάζας $m_2=1kg$ που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το σώμα μάζας m_1 και έχει ταχύτητα μέτρου $u_2=8 m/s$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό. Να υπολογίσετε :

- α. την αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1
- β. τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα μάζας m_1 τη στιγμή της σύγκρουσης
- γ. την περίοδο ταλάντωσης του συσσωματώματος
- δ. την ενέργεια της ταλάντωσης μετά την κρούση.

Απ: α. $\pi/2$, β. $0,2m$, $-4m/s$, γ. $5/\pi s$, δ. $58J$

8. Σώμα Σ μάζας $M = 0,1 kg$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζοντίου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας $m = 0,001 kg$ κινούμενο κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $u_1 = 200 m/s$ διαπερνά ακαριαία το σώμα Σ και κατά την έξοδό του η ταχύτητά του γίνεται $u_2 = u_1 / 2$. Να βρεθούν:

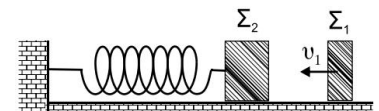


- α. Η ταχύτητα v με την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.
- β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.
- γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ .
- δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση.

Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου $k = 1000 N/m$.

Απ: α. $1m/s$, β. $0,01m$, γ. $0,02\pi s$, δ. $14,95J$

9. Το σώμα Σ_1 του σχήματος έχει μάζα $1kg$, κινείται με ταχύτητα $u_1=8m/s$ σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $3kg$. Το Σ_2 είναι δεμένο στην άκρη οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $300N/m$, που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του.

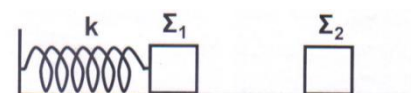


Να υπολογίσετε:

- α. τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
- β. την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .
- γ. την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ_2 .
- δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το Σ_2 επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης.

Απ: α. $-4m/s$, $4m/s$, β. $0,2\pi s$, γ. $24J$, δ. $0,4\pi m$

10. Σώμα Σ_1 μάζας $M=3 kg$, είναι στερεωμένο στο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100 N/m$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A=0,2 m$. Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m=1 kg$. Η κρούση συμβαίνει στη θέση $x=A/2$, όταν το σώμα Σ_1 κινείται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:



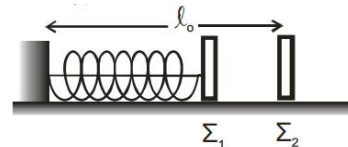
- α. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
- β. Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης.

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

δ. Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Απ: α. 1m/s, β. 25%, γ. $\sqrt{13}/20$ m, δ. 7,5J/s

11. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{ N/m}$. Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά 0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Σ_2 ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_0 του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ_1 κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε



α. την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2 .

β. τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , αμέσως μετά την κρούση.

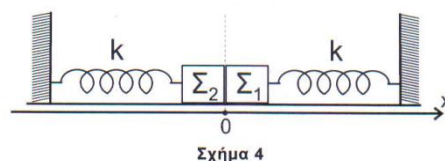
γ. την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 όταν το σώμα Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά. Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ_1 τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k .

Απ: α. 2m/s, β. -1m/s, 1m/s, γ. $0,1\eta\mu(10t+\pi)$, δ. 0,471m

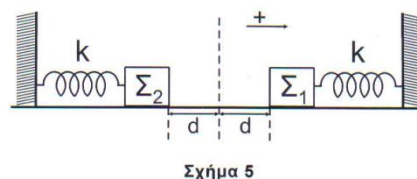
12. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , του σχήματος 4, με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=4\text{ kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους.

Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς $k=100\text{ N/m}$, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη.



Μετακινούμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d=0,2\text{ m}$ το καθένα (σχήμα 5) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.

α. Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το Σ_2 προς Σ_1 και ως $x=0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο σχήμα 4.



β. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούμενα με αντίθετη φορά

συγκρούονται στη θέση $x = -\frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.

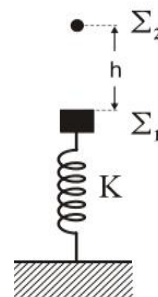
γ. Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

δ. Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Απ: α. $0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, $0,2\eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2})$, β. $\sqrt{3}\text{m/s}$, $\sqrt{3}/2\text{ m/s}$, γ. $D=200\text{N/m}$, δ. $20\sqrt{1,3}\text{kgm/s}^2$

13. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K=100\text{ N/m}$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 με μάζα $M=4\text{ kg}$ που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 με μάζα $m=1\text{ kg}$ βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα Σ_1 σε άγνωστο ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $d=\pi/20\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο,



ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα Σ_2 .

α. Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους h ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 .

β. Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 = 10$

Απ: α. 0,5m, β. $V=0$, γ. 0,4m, δ. 60N

14. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 7 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος $h = 3,2 \text{ m}$ πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$, το οποίο συγκρούεται με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά.

Να υπολογίσετε

α. το μέτρο της ταχύτητας u_2 του Σ_2 οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το Σ_1 .

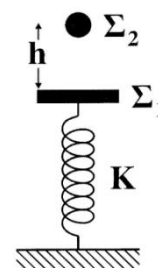
β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

γ. το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ: α. 8m/s, β. 1m/s, γ. 0,3m, δ. 60,5J



15. Στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο της οροφής, είναι δεμένο σώμα Σ μάζας $m = 1 \text{ kg}$. Το ελατήριο είναι ιδανικό και έχει σταθερά $k = 100 \text{ N/m}$. Το σώμα ισορροπεί με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος το οποίο ασκεί δύναμη $F = 20 \text{ N}$ στο σώμα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβεται το νήμα στο σημείο Γ.

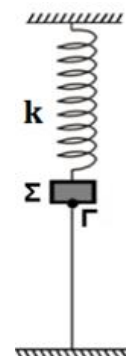
β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ .

γ. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο. Θετική φορά θεωρείται η φορά του βάρους.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $4/5$ της ολικής ενέργειας ταλάντωσης.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ: α. 0,3m, β. 0,2m, γ. $0,2\text{m}(10t + \frac{\pi}{2})$, δ. $\frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ m/s}$



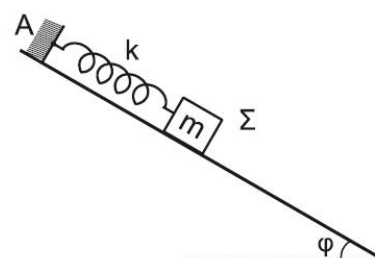
16. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\phi = 30^\circ$. Στο ανώτερο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου στερεώνουμε το άνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$, που ισορροπεί.

Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω (προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου) κατά $d = 0,1 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και μετά το αφήνουμε ελεύθερο.

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης.

β. Σε ποιες τιμές της απομάκρυνσης του ταλαντωτή ο λόγος της κινητικής ενέργειας K του σώματος προς την ολική ενέργεια E της ταλάντωσης είναι $1/4$;

γ. Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου $F_{\text{ελ}}$ προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς $F_{\text{επ}}$ στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος.



δ. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς τα επάνω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που για πρώτη φορά το σώμα περνά από τη θέση που το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.

Θεωρήστε θετική φορά απομάκρυνσης την προς τα επάνω.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

Απ: α. β. $\pm 5\sqrt{3}\text{m}$, γ. $\frac{1}{2}$, δ. $\pi/60\text{s}$

17. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον οριζόντα γωνία $\phi = 30^\circ$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά $d_1 = 0,1\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 .

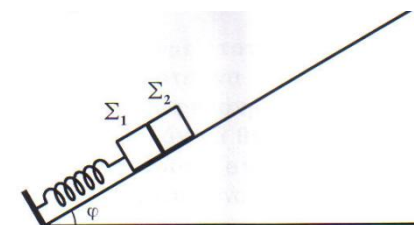
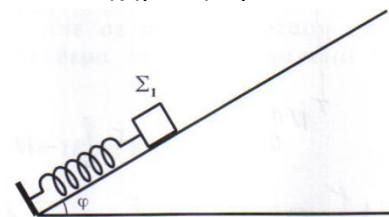
Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta l = 0,3\text{m}$. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{kg}$ στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ_1 , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.

γ. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του.

δ. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους.

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 1/2$, $g = 10\text{m/s}^2$

Απ: α. β. 10kgm/s^2 , γ. 50N/m , δ. $0,3\text{m}$



18. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\phi = 30^\circ$. Στα σημεία A και B στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60\text{N/m}$ και $k_2 = 140\text{N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το A προς το B.

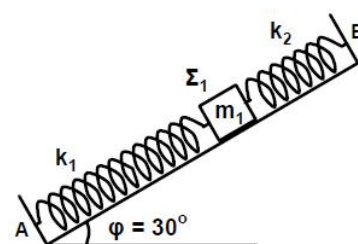
Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 6\text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

γ. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .

δ. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ώστε το Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1 .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

Απ: α. $D = 200\text{N/m}$, β. $0,05\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, γ. 150N/m , δ. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



19. Τα σώματα Σ_1 , μάζας $m_1=1\text{kg}$, και Σ_2 μάζας $m_2=3\text{kg}$, του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Το ελατήριο με τη βοήθεια του νήματος είναι συσπειρωμένο κατά $d=0,4\text{m}$ από τη θέση φυσικού μήκους, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κινείται προς τα δεξιά. Μετά την αποκόλληση το σώμα Σ_2 συνεχίζει να κινείται σε λείο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_3 , μάζας $m_3=2\text{kg}$.

α. Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία θα αποκολληθεί το σώμα Σ_2 από το σώμα Σ_1 , τεκμηριώνοντας την απάντησή σας.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ_1 , καθώς και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα Σ_1 αφού αποκολληθεί από το σώμα Σ_2 .

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 μετά την κρούση.

δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Απ: α. $0,4\text{m}$, β. 2m/s , $0,2\text{m}$, γ. $1,2\text{m/s}$, δ. 52%

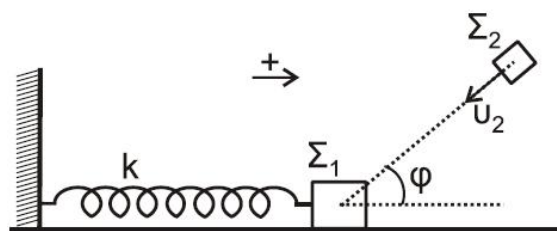
20. Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1=1\text{kg}$, είναι δεμένο στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους $A=0,4\text{m}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το

σώμα έχει απομάκρυνση $x_1 = +\frac{A\sqrt{3}}{2}$, κινούμενο κατά τη θετική φορά, συγκρούεται πλαστικά με

σώμα Σ_2 , μάζας $m_2=3\text{kg}$. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $u_2=8\text{m/s}$ σε

διεύθυνση που σχηματίζει γωνία ϕ (όπου $\sin\phi=\frac{1}{3}$) με

το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση και την ταχύτητα του

συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

γ. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση

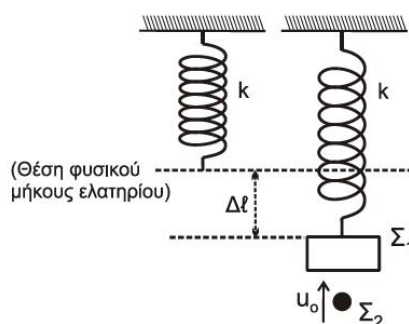
δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση

Απ: α. 2m/s , $-1,5\text{m/s}$, β. $0,1\sqrt{21}\text{m}$, γ. $-50x^2 + 10,5$, δ. $95,41\%$

21. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου αναρτάται σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{kg}$ και, όταν το σώμα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με $\Delta\ell = 0,05\text{m}$.

Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$ κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω συγκρούεται πλαστικά με ταχύτητα μέτρου u_0 με το σώμα Σ_1 . Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα, που προκύπτει από την κρούση,

εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης $D = k$ και φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.



α. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

β. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 πριν την κρούση.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

δ. Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή της κρούσης, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Να θεωρήσετε:

- θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- ότι κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας
- ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

Απ: α. 200 N/m , β. $1,5 \text{ J}$, γ. δ. $x=0,1\eta\mu(10t + \frac{\pi}{6})$

Όπως των ημερησίων (προηγούμενη) με Ερωτήματα

α. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

β. να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_2 πριν την κρούση

γ. Να υπολογίσετε την απώλεια μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της πλαστικής

δ. Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή της κρούσης, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

22. Υλικό σημείο Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις : $x_1=A\eta\mu\omega t$ και $x_2=A\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{3})$, με $A = 4 \text{ cm}$ και $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

α. Να υπολογισθεί το πλάτος $A_{\text{ολ}}$ της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ .

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ .

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t = \pi/15 \text{ s}$ μετά από τη στιγμή $t=0$.

δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t = \pi/120 \text{ s}$.

Απ: α. $4\sqrt{3}\text{cm}$, β. $0,04\sqrt{3}\eta\mu(10t + \frac{\pi}{6})$, γ. $-0,6\text{m/s}$, δ. 1

23. Δύο πηγές Π_1 και Π_2 βρίσκονται η μία κοντά στην άλλη και παράγουν απλούς ήχους ίδιας έντασης πλάτους $0,1\text{m}$ και με συχνότητα $f_1=102\text{Hz}$ και $f_2=100\text{Hz}$ αντίστοιχα. Ένας παρατηρητής ακούει διακροτήματα.

α. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που ακούει ο παρατηρητής και να βρεθεί ο αριθμός των ταλαντώσεων της μεμβράνης του αυτιού του σε χρόνο 1s

β. Ποια είναι η περίοδος του διακροτήματος

γ. Να υπολογίσετε τον αριθμό μηδενισμών του πλάτους της ταλάντωσης σε χρόνο 10s

δ. Πόση πρέπει να γίνει η συχνότητα f_2 , ώστε ο παρατηρητής σε χρόνο 1s να ακούει 3 πλήρη διακροτήματα

Απ: α. $0,2\text{συν}(2\pi t)\eta\mu(202\pi t)$, 101, β. $0,5\text{s}$, γ. 20, δ. 105Hz , ή 99Hz